الكتاب الجامعي ١٢

النظرية النسبية

د. عبد الرحمن بكري حسن
أستاذ الفيزياء النوويه
وفيزياء الطاقة العاليه
كلية الهندسه - جامعة عين شمس

د. محمد عبد الهادي العنزي
أستاذ الفيزياء النظرية
كلية التربيه - جامعة عين شمس

الطبعة الثالثة
١٤٠٩ هـ - ١٩٨٨ م

اهداءات ٢٠٠٣

أ/ عبد الرحمن فكرى

الإسكندرية

الكتاب الجامعي ١٢

النظرية النسبية

د. عبد الرحمن بكري حسن
أستاذ الفيزياء النوويه
وفيزياء الطاقة العاليه
كلية الهندسه ـ جامعة عين شمس

د. محمد عبد الهادي العدوي
أستاذ الفيزياء النظرية
كلية التربيه ـ جامعة عين شمس

الطبعه الثالثه
١٤٠٩ هـ ـ ١٩٨٨ م

بسم الله الرحمن الرحيم


النظرية النسبية

مقدمة

الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على سيد المرسلين . ونشكره سبحانه وتعالى أن وفقنا لتقديم هذا الكتاب فى موضوع « النظرية النسبية الخاصة » وذلك حتى يستفيد منه طلبة وطالبات الجامعات والمعاهد العليا فى الوطن العربى .

ولقد راعينا أن نقدم هذا الكتاب باللغة العربية مع الإبقاء على المعالجات الرياضية والقوانين الفيزيائية بحروف اللغة الانجليزية وذلك لسببين :

أولها : أن نساعد القارىء على الاستفادة من المراجع الأجنبية المتاحة .

ثانيهما : أن المؤلفات العلمية الأجنبية على اختلاف اللغة المستخدمة فى كتابتها تسرد المعالجات الرياضية بحروف اللغة الانجليزية .

ونأمل باذنه تعالى أن يجنى القارىء العربى الفائدة المرجوة من وراء كتابة هذا المؤلف بهذه الصورة .

ويبدأ الكتاب بعرض سريع للأسس الفيزيائية التى أدت بالعالم أينشتاين إلى تقديم النظرية النسبية الخاصة .

وفى الباب الثانى نقدم ما يعرف بتحويلات لورنتز ـ أينشتاين للاحداثيات التى أضيف إليها احداث رابع مرتبط بالزمن .

أما فى الباب الثالث فنوضح كيف أمكن تفسير بعض الظواهر الفيزيائية فى ضوء تلك التحويلات .

ونبدأ فى الباب الرابع تقديم مفهوم التكافؤ بين الكتلة والطاقة وما ترتب على ذلك من عدة اكتشافات فيزيائية هامة . ونستكمل ذلك فى الباب الخامس .

وينتهى الكتاب بعرض لحلول بعض الأمثلة العددية علاوة على الأمثلة المحلولة التى أضفناها فى نهاية كل باب على حدة لأن مثل هذه المعالجات العددية للظواهر الفيزيائية تساعد دائما على ترسيخ المفهوم الفيزيائى لها فى ذهن القارىء ·

والله وحده ولى التوفيق ...

المؤلفــــــــان

عبدالرحمن فكرى و محمد عبدالهادى كامل

مكة المكرمة فى ربيع أول ١٤٠١ هـ

الباب الأول

منشأ النظرية النسبية الخاصة



منشأ النظرية النسبية الخاصة

١ ـ ١ مقدمة :

لقد قدم هذه النظرية العالم الألمانى البرت أينشتاين A. Einstein عام ١٩٠٥ م ٠ محاولا أن يشرح بها أسس الربط بين الظواهر الفيزيائية كما يراها مشاهدان بينهما حركة نسبية خطية منتظمة ٠

وتتميز هذه النظرية الهامة بما يلى :

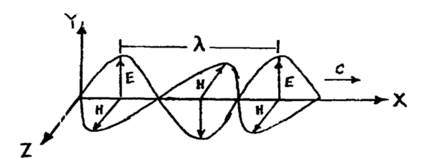
أ ـ تعتبر أول نظرية فى الفيزياء الحديثة تتحدد باطار رياضى متكامل ٠

ب ـ تؤدى إلى التعبير الرياضى عن القوانين الفيزيائية بصورة تتصف بالتماثل ٠

ج ـ تدخل فى معالجة كثير من نتائج تجارب الفيزياء الحديثة سواء فى مجال الفيزياء الذرية Atomic أو الفيزياء النووية Nuclear بل أكثر من ذلك أدت إلى التنبؤ بعدة ظواهر فيزيائية تم اكتشافها فيما بعد مثل التنبؤ بامكانية تحويل المادة إلى طاقة والعكس،وساعد ذلك فى فهم مصدر الطاقة الشمسية وفى عمل المعجلات النووية Nuclear Accelerators

١ ـ ٢ المدخل الى النظرية النسبية الخاصة :

يمكننا القول بأن قصة الوصول إلى النظرية النسبية الخاصة لأينشتاين بدأت بعد ما وضع العالم الانجليزى جيمس كلارك ماكسويل J.C. Maxwell أسس النظرية الكهرومغناطيسية للضوء عام ١٨٦٤ م ٠



شكل (١ ـ ١)　　موجة كهرومغناطيسية تتصف باستقطاب مستو

وتبعا لهذه النظرية بان الحركة الموجبة فى الفراغ للمجال الكهربى والمجال المغناطيسى المكونين لموجة كهرومغناطيسية يوصف فى أبسط صورة لها بالمعادلتين :

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = c^2 \cdot \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} \qquad \ldots(1\text{-}1)$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} = c^2 \cdot \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} \qquad \ldots(1\text{-}2)$$

حيث c تمثل سرعة انتشار الاشعاع الكهرومغناطيسى فى الفراغ ويساوى $1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ حيث μ_0 معامل النفاذية المغناطيسية Magnetic Permeability للفراغ وقيمتها $4\pi \times 10^{-7}$ هنرى/متر ، e_0 السماحية الكهربية Electric Permittivity للفراغ وقيمتها 8.85×10^{-12} فاراد/متر · أى أن c تساوى 3×10^8 مترا/ثانية ·

وكما يوضح الشكل (١ ـ ١) فان المعادلتين (1-1) ، (1-2) تمثلان حركة موجة كهرومغناطيسية لضوء مستقطب فى المستوى (y-z) وتنتشر طاقتها الاشعاعية بسرعة c فى اتجاه المحور x ،كما يوضح الشكل حقيقة أن الموجات الكهرومغناطيسية موجات مستعرضة،ولذا فالمجالان الكهربى "E" والمغناطيسى "H" متعامدان كل على الآخر وكلاهما عمودى على اتجاه الانتشار ·

وكانت الخبرة العلمية حينئذ مبنية على أساس أن أى حركة موجية تحتاج إلى وسط ما تنتشر فيه الطاقة التى تحملها تلك الحركة ·

فمثلا فى حالة الحركة الموجية لصوت ينتشر فى غاز مثل الهواء تكون سرعة الموجة الصوتية V تعطى بالعلاقة :

$$V = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} \qquad ...(1-3)$$

حيث γ هى النسبة بين الحرارتين النوعيتين للهواء C_p , C_v

P ضغط الغاز .

ρ كثافته .

والمعادلة (1-3) توضح أن سرعة الحركة الموجية فى وسط ما تعتمد كليا على الخصائص الفيزيائية لذلك الوسط . لذلك فكر العلماء فى ضرورة وجود وسط يسمح بانتشار الموجات الكهرومغناطيسية فيه بهذه السرعة الهائلة c وقد اقترح بعضهم بناء على ما حققته نظرية ما كسويل من نجاح وجود وسط وميضى سمى بالأثير الوميضى Luminiferous Eather يملأ الكون حولنا،وان هذا الوسط يتميز بخصائص معينة تسمح بمثل هذه القيمة العالية للسرعة c التى تمثل أكبر قيمة معروفة لأى سرعة فى الوجود .

وواجه المنطق العلمى تساؤلا عجز جميع العلماء وقتئذ عن الاجابة عليه : فالسرعة العالية جدا لانتشار الموجات الكهرومغناطيسية المستعرضة المستقطبة تتطلب أن يكون الوسط الوميضى (الأثير) صلبا وأن يتصف بثوابت مرونة عالية القيمة للغاية . فكيف يكون الأثير صلبا بينما نحن لا نشعر به ونتحرك خلاله بمنتهى اليسر والسهولة كما أنه يتخلل كل مكان ؟

إلا أن العلماء سمحوا باستمرار افتراض وجود هذا الأثير وبدأ تفكيرهم جميعا يتحدد داخل هذا الاطار . بل أكثر من ذلك جعلوا هذا الأثير « الصلب !! » الساكن هو الشىء الذى يجب أن نربط به نظام الاحداثيات الخاص بقوانين الحركة لنيوتن . وهذا معناه أنه فى حالة الحركة الخطية المنتظمة (أى بدون عجلة) بالنسبة للأثير تحتفظ قوانين نيوتن بصورتها التطبيقية .

ومن هنا بدأ التفكير فى إجراء تجربة عملية للتحقق من وجود هذا الأثير الافتراضى باكتشاف تأثير حركة الأرض خلاله على قيمة سرعة الضوء المقاسة .

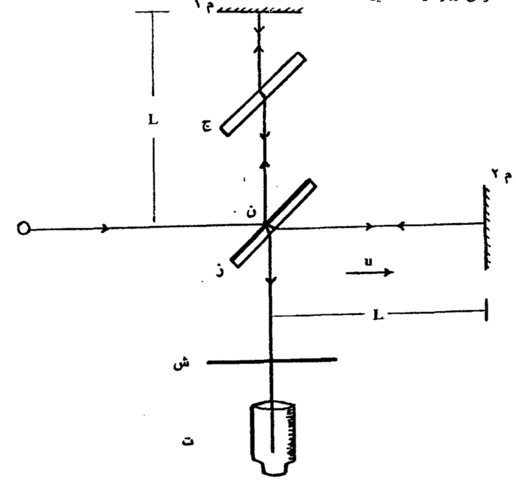
لذلك أجريت تجربة ضوئية لهذا الغرض تسمى تجربة ميكلسون ومورلى Michelson & Morley

نسبة إلى العالمين الأمريكيين اللذين أجرياها • وسنشرح فيما يلى هذه التجربة •

١ ـ ٣ تجربة ميكلسون ومورلي (عام ١٨٨٧م) :

الأساس النظري للتجربة :

يعتمد تصميم هذه التجربة وطريقة إجرائها على تطبيق قانون إضافة السرعات المعتاد لنيوتن • فالموجات الضوئية تنتشر فى الأثير والذى اعتبر ساكنا • كما أن الكرة الأرضية تنساب خلال الأثير أيضا دون أن تسبب فيه أى إضطراب • لذا تعتمد فكرة هذه التجربة على احتمال حدوث تغيير مافى قيمة سرعة الضوء نتيجة لوضع الجهاز المستخدم بالنسبة لاتجاه حركة الأرض - هذا على أساس صحة فرض وجود وسط الأثير •



شكل (١ ـ ٢) رسم يوضح أهم أجزاء جهاز ميكلسون ومورلى

فمثلا إذا كان اتجاه إنتشار الموجات الضوئية موازيا لاتجاه حركة الأرض خلال الأثير بسرعتها u كما هو موضح بالجزء (أ) من شكل (١ ـ ٣) فان سرعة انتشار تلك الموجات تبعا لقانون إضافة السرعات لنيوتن تصبح ($c \pm u$) .

أما إذا كان اتجاه انتشار هذه الموجات عموديا على السرعة u (شكل ١ ـ ٣) (الجزء ب) فان السرعة النسبية لانتشار هذه الموجات تساوى حينئذ $\sqrt{c^2 - u^2}$.

ومع أن سرعة دوران الأرض حول الشمس u تساوى 3×10^4 متر/ثانية ، الا أن العالمين ميكلسون ومورلى قد صمما هذه التجربة بحيث يمكن اكتشاف تأثير سرعة أقل من ذلك بكثير على قيمة سرعة الضوء المقاسة .

والترجمة العملية لفكرة هذه التجربة تعتمد على قياس أزمنة عبور الأشعة الضوئية لمسارات متساوية فى اتجاهين أحدهما يوازى والآخر عمودى على اتجاه حركة الأرض خلال الأثير . ويتحقق ذلك باستخدام مقياس التداخل لميكلسون ومورلى الموضح بالرسم .

(أ)

c c

v v

$c - v$ $c + v$

(ب)

c v $\sqrt{c^2 - v^2}$ v c $\sqrt{c^2 - v^2}$

شكل (١ ـ ٣) إضافة السرعة تبعا لنسبية نيوتن

فى هذه التجربة يسقط ضوء أحادى اللون من المنبع ويصطدم بشريحة زجاجية تميل على اتجاه سقوط الاشعة بزاوية ٤٥° وهذه الشريحة لها سطح نصف مفضض فينعكس عنده إلى أعلى نصف هذا الضوء متجها ناحية المرآة المستوية م ١ بينما ينكسر النصف الآخر وينفذ موازيا لاتجاه الأشعة الساقطة إلى المرآة المستوية م ٢ .

وحيث ان كلا من المرآتين م ١ ، م ٢ تتميز بسطح مفضض كامل فانهما يعكسان كل ما يسقط عليهما من ضوء ليعود مرة أخرى تجاه الشريحة الزجاجية النصف مفضضة « ز » وعندها ينعكس جزئيا الضوء القادم من المرآة م ١ ويفقده بينما ينكسر الجزء الآخر منه خلالها وينفذ متجها ناحية

الشاشة « ش » • أما بالنسبة للضوء القادم من المرآة م ٢ فينكسر جزء منه عند الشريحة النصف مفضضة وينفذ ويُفقد في اتجاه مصدر الضوء،بينما ينعكس الجزء الآخر عند السطح النصف مفضض منها في اتجاه الشاشة « ش » ويلاحظ أنه توضع شريحة زجاجية « ج » في مسار الأشعة المتجهة إلى المرآة « م ١ » ولها نفس سمك الشريحة النصف مفضضة « ز » وبحيث تكون مائلة بنفس الزاوية على الرأسي وبذلك نضمن أن جزئي الحزمة الضوئية قد اخترقا نفس العدد من الشرائح الزجاجية المتساوية السمك • ويتم التداخل بين حزمتي الضوء المتجهتين للشاشة فينتج عليها نموذج التداخل الذي يظهر عليها على هيئة هدب تداخل مضيئة وأخرى مظلمة وتشبه إلى حد ما أسنان المشط وما بينها • ويمكن باستخدام التلسكوب « ت » للكشف عن أي ازاحة نسبية لهدب هذا النموذج •

لكي نفهم كيف يتم هذا التداخل نحسب زمن الرحلة الضوئية لكل جزء من الحزمة الضوئية الساقطة على الشريحة « ز » حتى تعود إليها بعد الانعكاس عند المرآتين م١ ، م٢ •

أولا : بالنسبة للمسار الضوئي ن م ١ ن فان زمن الرحلة t_1 هو :

$$t_1 = \frac{L}{\sqrt{c^2 - u^2}} + \frac{L}{\sqrt{c^2 - u^2}}$$

$$\therefore \quad t_1 = \frac{2L}{\sqrt{c^2 - u^2}} \qquad \ldots(1\text{-}4)$$

ثانيا : بالنسبة للمسار الضوئي ن م ٢ ن فان زمن الرحلة t_2 هو :

$$t_2 = \frac{L}{c - u} + \frac{L}{c + u} = \frac{2Lc}{c^2 - u^2} \qquad \ldots(1\text{-}5)$$

ومع الأخذ بعين الاعتبار أن سرعة دوران الأرض حول الشمس صغيرة جدا بالنسبة لسرعة الضوء إذ أن :

$$\frac{u}{c} = \frac{3\text{x}10^4}{3\text{x}10^8} = 10^{-4}$$

فانه يمكن رياضيا أن نكتفى بالحدين الأول والثانى فى مفكوك المقدار $(1 - u^2/c^2)^{-1}$ وكذلك المقدار $(1 - u^2/c^2)^{\frac{1}{2}}$ باستخدام نظرية ذات الحدين .

ويستفاد من ذلك فى حساب الزمن t_1 , t_2 كالآتى :

$$t_1 = \frac{2L}{c\sqrt{1-u^2/c^2}} = \frac{2L}{c}\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{2L}{c}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{u^2}{c^2} + \dots\right) \qquad \dots(1-6)$$

$$t_2 = \frac{2Lc}{c^2(1 - u^2/c^2)} = \frac{2L}{c}\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{-1}$$

$$= \frac{2L}{c}\left(1 + \frac{u^2}{c^2} + \dots\right) \qquad \dots(1-7)$$

ويكون الفرق بين هاتين الفترتين الزمنيتين δt هو:

$$\delta t = t_2 - t_1 = \frac{2L}{c} \cdot \frac{u^2}{2c^2} = \frac{Lu^2}{c^3} \qquad \dots(1-8)$$

فاذا فرضنا أن الزمن الدورى لموجات الضوء المستخدم هو T وتردده ν = $\frac{1}{T} = \frac{c}{\lambda}$

∴ هذا الفرق الزمنى δt يقابل فرقا فى الطور δ بين الاهتزازتين الضوئيتين المتوافقتين المتداخلتين يساوى :

$$\delta = \frac{\delta t}{T} \cdot 2\pi = \delta t \cdot \nu \cdot 2\pi = \frac{Lu^2}{c^3} \cdot \frac{c}{\lambda} \cdot 2\pi$$

$$= \frac{2\pi L u^2}{\lambda c^2} \qquad \dots(1-9)$$

وبالتعويض عن L ، λ بالقيم الآتية : $L = 30$ meters

$\lambda = 6000\ \text{Å} = 6 \times 10^{-7}$ Meter

كما كان الحال فى أحد تجارب ميكلسون ومورلى فان الفرق فى الطور يساوى

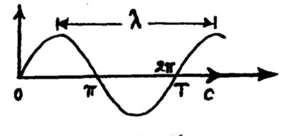
$\delta = 2 \times 30 \times (10^{-4})^2 = \pi$ زاوية نصف قطرية (radians) ... (1-10)

فاذا أدير الجهاز بزاوية ٩٠° بحيث يتبادل الذراعان (ن م ١) ، (ن م ٢) موضعيهما فيصبح المسار ن م ١ فى اتجاه يوازى اتجاه سرعة الأرض فى الأثير بينما المسار ن م ٢ يصبح عموديا على اتجاه سرعة الأرض فى الأثير وهذا يجعل الفرق فى الطور بين الاهتزازتين أيضا π ولكن باشارة سالبة ٠

ومعنى ذلك أنه بتهيئة الجهاز فى وضعين بينهما زاوية ٩٠° فان الفرق الكلى فى الطور δ يساوى

$\pi - (-\pi) = 2\pi$

وهذا ما يقابل اهتزازة ضوئية كاملة أى فرق فى المسار الضوئى مقداره λ حيث λ طول الموجة ويتضح هذا من الرسم :



شكل (١ ـ ٤)

توضيح أن الزمن الدورى يقابل فرقا فى الطور مساويا 2π

ولقد وضع ميكلسون ومورلى جهازهما بالكامل على قاعدة رخامية طافية فوق زئبق فى حوض كبير حتى يسهل دوران الجهاز فى أى اتجاه وبأى زاوية بالنسبة لموضعه الأصلى ودون أى اجهادات على أجزاء الجهاز نفسه ٠

وكان جهاز ميكلسون مورلى مصمما بدقة تُمكّن من الكشف عن أى إزاحة نسبية لنموذج هُدب التداخل ناتجا عن أى فرق فى المسار الضوئى يزيد عن عشر الطول الموجى λ.

وعند إجراء التجربة حصل العالمان ميكلسون ومورلى على نتيجة سالبة أى لم تشاهد أى ازاحة فى نموذج هدب التداخل على الشاشة عند دوران الجهاز ٩٠° والتى كان من المتوقع حدوثها ٠

وباعادة التجربة عدة مرات على مدى عدة سنوات وفى مختلف الظروف فكانا دائما يحصلان على نتيجة سالبة ٠ أى تأكد علميا ان النتيجة السالبة هى حقيقة تجريبية ومعنى هذه النتيجة انه لم يحدث اى تغيرٌ فى سرعة الضوء ٠

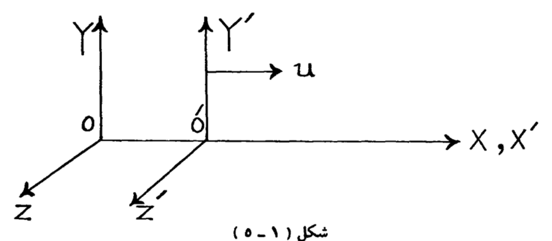
وكانت هناك عدة محاولات لتفسير تلك النتيجة دون المساس بفكرة افتراض وجود الأثير

الوميض • ولكن تأكد بعد ذلك أن كل هذه التفسيرات غير مقبولة،وقد شجع ذلك العالم ألبرت أينشتاين عام ١٩٠٥م أن يتقدم بتفكير علمي جديد تماما • وهذا ما سنوضحه ابتداء من الباب الثاني • ولكن قبل ذلك سنعرض بعض أساسيات مايسمى بنسبية نيوتن منها :

أ - معادلات تحويل الإحداثيات النيوتونية أو (الجاليلية) :-

Newtonian (or Galilean) CO-Ordinates Transformation Equations

لنفترض أن لدينا ملاحظين أحدهما O' في مركبة فضائية والآخر O على سطح الأرض مثلا وكلاهما يرصد الظواهر التي تحدث عند الآخر وليتيسر لنا دراسة مشاهدات أحدهما بالنسبة للآخر فاننا نستعيض عن المركبة الفضائية وسطح الأرض بنظامين للاحداثيات أحدهما (X', Y', Z') ونرمز له بالرمز S' ويمثل المركبة الفضائية ، والآخر (X, Y, Z) ونرمز له بالرمز S ويمثل سطح الارض أو مركبة فضائية أخرى •• وعلينا ان توجد العلاقة بين احداثيات النظامين لنتمكن من تحويل العلاقات من أحد النظامين للآخر وبالتالي فَهْم كيف يَصِف أحدهما الظواهر التي تحدث عند الآخر وفيما يلي سنستنتج معادلات تحويل الاحداثيات النيوتونية بين نظامي الاحداثيات S', S كالآتي :



شكل (١ ـ ٥)

نظامي احداثيات S', S بينهما سرعة نسبية

خطية منتظمة

نفترض أن نقطتي الاصل O', O منطبقتان عند اللحظة $t = O$ أي عند بداية الزمن وكذلك المحاور الثلاثة كل منطبق على المحور الذي يُناظره علاوة على ذلك نفترض أن نظام

الاحداثيات S' يتحرك ككل بسرعة منتظمة خطية u بالنسبة للنظام S (اى انهما نظامان من نُظم القصور الذاتى وهى النظم التى تتحرك بالنسبة لبعضها بسرعة منتظمة خطية) وبحيث يكون المركز O' دائما على امتداد المحور X ويظل المستوى (Y'-Z') موازيا للمستوى (Y - Z) .

وحيث انه عند اللحظة $t = O$ كانت نقطتا الاصل O, O' منطبقتين إذن عند اللحظة $t = t$ يكون لدينا وكما يتضح من الرسم العلاقات الآتية :

(11-a)	(11-b)	
$x = x' + u\,t$	$x' = x - u\,t$	
$y = y'$	$y' = y$	...(1-11)
$z = z'$	$z' = z$	

وهذه المجموعة من المعادلات تسمى معادلات تحويل الاحداثيات النيوتونية والمجموعة (11-a) تُعطى إحداثيات النظام S بدلالة إحداثيات النظام S' بينما المجموعة (11-b) تُعطى إحداثيات النظام S' بدلالة احداثيات النظام S.

وباجراء التفاضل بالنسبة للزمن لهذه المجموعة من المعادلات (1-11) نحصل على :

(11-c)	(11-d)
$\frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} + u$	$\frac{dx'}{dt} = \frac{dx}{dt} - u$
$\frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{dt}$	$\frac{dy'}{dt} = \frac{dy}{dt}$
$\frac{dz}{dt} = \frac{dz'}{dt}$	$\frac{dz'}{dt} = \frac{dz}{dt}$

وهذه المجموعة من المعادلات هى مايعرف بقانون إضافة السرعات لنيوتن والذى سبق الاشارة

إليه عند مناقشة تجربة ميكلسون ومورلى فى البند السابق . وبإجراء التفاضل مرة اخرى نحصل على :

(11-e)	(11-f)
$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2x'}{dt^2}$	$\frac{d^2x'}{dt^2} = \frac{d^2x}{dt^2}$
$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d^2y'}{dt^2}$	$\frac{d^2y'}{dt^2} = \frac{d^2y}{dt^2}$
$d^2z/dt^2 = d^2z'/dt^2$	$d^2z'/dt^2 = d^2z/dt^2$

وهذه المجموعة الاخرى من المعادلات توضح أن عجلة الحركة تتصف بخاصية عدم التغير تبعا لنسبية نيوتن .

ب - أنظمة القصور الذاتي : Inertial Systems

نعلم من قانون نيوتن الاول أن الجسم يظل على حالته الميكانيكية من سكون أو حركة منتظمة فى خط مستقيم مالم يؤثر عليه مؤثر خارجى . وهذه الخاصية للجسم تسمى القصور الذاتى له . وقد دلت التجارب الميكانيكية على ان هناك أنظمة احداثيات تتصف بأنه اذا تحرك جسم ما بداخلها حركة خطية منتظمة وأثرت عليه قوة خارجية بحيث تصبح تلك الحركة ذات عجلة تكون متناسبة طرديا مع تلك القوة التى أثرت عليه . مثل هذه الانظمة تسمى انظمة القصور الذاتى،وعلى ذلك فجميع انظمة القصور الذاتى يجب ان تكون متحركة بالنسبة لبعضها البعض بسرعة خطية منتظمة .

ج - خاصية عدم التغير : Invariance Property

اذا كان لدينا معادلة رياضية على الصورة $F(x, y, z, t) = O$ ...(1-12)

حيث F أى دالة فى النظام S وامكن بتطبيق معادلات تحويل الاحداثيات عليها ان تنقل تلك الدالة الى النظام 'S على نفس الصورة : $F(x', y', z', t) = O$ ...(1-13)

حينئذ يقال ان المعادلة (1-12) تتصف بخاصية عدم التغير · كما رأينا فى مثال عجلة الحركة ·

د ـ نسبية نيوتن : Newtonian Relativity

تتميز قوانين نيوتن للحركة بخاصية عدم التغير فى نظم القصور الذاتى (انظر الامثلة المحلولة) وهذا معناه ان الحركة فى نظم القصور الذاتى تتبع نفس القوانين وهذا معناه بالتالى ان الظواهر الميكانيكية المبنية على قوانين نيوتن الثلاثة للحركة ستكون متشابهة فى جميع نظم القصور الذاتى ·

هذه الخاصية لميكانيكا نيوتن بانها واحدة فى نظم القصور الذاتى تعرف بنسبية نيوتن ·

ويرتبط بهذه الخاصية ما يعرف **بمبدأ** نسبية نيوتن الذى ينص على انه :
يتعذر بتجربة ميكانيكية ان نميز بين اى نظامين من نظم القصور الذاتى،لان كل هذه الانظمة متكافئة من حيث وصف الظواهر الميكانيكية مادامت القوانين المستخدمة فى الوصف واحدة فى هذه النظم ·

ويلاحظ فى نسبية نيوتن انه :

(١) هناك تدريج واحد لقياس الزمن **One-Time-Scale** وبالتالى فالفترة الزمنية dt بين أى لحظتين يكون لها نفس القيمة فى أى من نظم القصور الذاتى ·

(٢) كتلة الجسم لاتتغير بتغير سرعته ولذا فقيمتها لنفس الجسم واحدة فى جميع نظم القصور الذاتى ·

أمثلة محلولة :

مثال (١ ـ ١) :

اشرح كيفية تفسير النتيجة السالبة لتجربة ميكلسون ومورلى على أساس اقتراح فيتزجيرالد بأن أحد ذراعى مقياس التداخل قد حدث له انكماش فى الطول فى اتجاه حركة الارض .

الحل :

فى تجربة ميكلسون ومورلى افترضنا ان طول المسار NM_1 يساوى طول المسار NM_2 ورمزنا لطول كل من المسارين بالرمز L ولكننا فيما يلى سنفترض ان المسارين غير متساويين وسنرمز لطول احدهما $L_{//}$ وهوطول المسار الموازى لاتجاه سرعة الارض فى الاثير وسنرمز لطول الثانى $L_{\perp}$ ويمثل طول المسار العمودى على اتجاه سرعة الارض فى الاثير حينئذ يكون لدينا :

$$t_2 = \frac{2 L_{\perp}}{\sqrt{c^2 - u^2}} = \frac{2 L_{\perp}}{c\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$t_1 = \frac{2 c L_{//}}{c^2 - u^2} = \frac{2}{c} \frac{L_{//}}{1 - u^2/c^2}$$

$$\Delta t = \frac{2}{c} \left(\frac{L_{//}}{1 - u^2/c^2} - \frac{L_{\perp}}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \right) \quad \ldots(1\text{-}14)$$

وحتى يصبح المقدار بين قوسين مساويا للصفر وذلك لجعل $\Delta t = 0$ يجب أن نفرض أن طول الذراع فى اتجاه حركة الارض $L_{//}$ ينكمش بالمعامل $\sqrt{1 - u^2/c^2}$ ويدعى هذا الانكماش انكماش « فيتزجيرالد ـ لورنتز » . Fitzgerald-Lorentz Contraction

مثال (1-2)

googl

الحـل :

قانون نيوتن الثانى ينص على ان القوة الخارجية المؤثرة على الجسم تساوى معدل تغير كمية التحرك الخطى له .

اى ان

$$\underline{F} = \frac{d\underline{P}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\underline{v}) \qquad \ldots(1-15)$$

ولنأخذ المركبة السينية كمثال نجد

$$F_x = \frac{d}{dt}(mv_x) = \frac{d}{dt}\left(m\frac{dx}{dt}\right)$$

$$= m\frac{d^2x}{dt^2} \qquad \ldots(1-16)$$

وبتطبيق معادلات تحويل الاحداثيات النيوتونية على المعادلة رقم (1-16) وبمراعاة ان $t = t'$, $m = m'$ فى نسبية نيوتن نجد أن :

$$F_x = m\frac{d^2x}{dt^2} = m'\frac{d^2}{dt'^2}(x' + ut')$$

$$= m'\frac{d}{dt'}\left(\frac{dx'}{dt'} + u\right)$$

$$= m'\frac{d^2x'}{dt'^2} = F_{x'} \qquad \ldots(1-17)$$

$$\therefore F_x = m\frac{d^2x}{dt^2} \quad , \quad F_{x'} = m'\frac{d^2x'}{dt'^2} \qquad \ldots(1-18)$$

أى أن القوة فى النظامين S , S' يعبر عنها بنفس الصورة الرياضية .

ويمكن اثبات ذلك بالنسبة للمركبتين الأخريين .

وعليه فان قانون نيوتن الثانى يتميز بخاصية عدم التغير بتطبيق معادلات تحويلات الاحداثيات النيوتونية .

الباب الثاني

مقدمة النظرية النسبية الخاصة
"لأينشتاين"

مقدمة النظرية النسبية الخاصة
« لأينشتاين »

على الرغم من نجاح معادلات تحويل الاحداثيات النيوتونية فى اثبات أن الظواهر الميكانيكة تتميز بخاصية عدم التغير فقد فشلت فى تحقيق ذلك بالنسبة لقوانين ومعادلات النظرية الكهرومغناطيسية ٠

لذلك ظهرت الحاجة للتوصل الى معادلات تحويل للاحداثيات بصورة جديدة تحقق نقل قوانين الميكانيكا وايضا القوانين الكهربية والمغناطيسية بصورة تحقق خاصية عدم التغير بين نظم القصور الذاتى ٠

ولقد تأكدت الحاجة الى هذا النوع من معادلات التحول نتيجة العديد من الدراسات النظرية والتجريبية ٠

فمثلا ساهمت النتيجة السالبة لتجربة ميكلسون وورلى فى بناء النظرية النسبية الخاصة لأينشتاين ويتضح ذلك فيما يلى :

١ ـ أن فشل التجربة فى اكتشاف أى تغيير فى سرعة الضوء أوحى بأن سرعة الضوء واحدة فى الفراغ ولا تتوقف على السرعة النسبية بين مصدر الضوء والمشاهد ٠

٢ ـ أوحت التجربة بعدم وجود نظام احداثيات مطلق مثبت فى الفراغ تُنسب له الحركة كما كان التصور فى نسبية نيوتن وبذلك ايستبعدت فرض وجود الاثير نفسه كوسط تنتقل فيه الموجات الكهرومغناطيسية ٠

وفى عام ١٩٠٥م قدم أينشتاين النظرية النسبية الخاصة مبنية على الفرضين الاساسيين التاليين :

ـ الفرض الأول :

سرعة الضوء « c » فى الفراغ لها دائما نفس القيمة فى جميع الانظمة ٠ فهى ثابت عالمى Universal Constant بصرف النظر عن وجود حركة نسبية بين المشاهد والمنبع الضوئى ٠

ـ الفرض الثانى :

أن جميع قوانين الطبيعة تأخذ نفس الشكل ولها نفس التماثل الرياضى فى جميع أنظمة القصور الذاتى ٠

ومعنى ذلك انه ليس هناك اى تفضيل لحدوث أى ظاهرة فيزيائية فى نظام احداثيات معين عنه فى نظام احداثيات آخرفاذا قام مشاهد بتحويل مايراه فى نظام الاحداثيات الذى هو فيه فى حالة سكون الى نظام احداثى آخر فانه يجب ان يصل الى مشاهدة تطابق تماما مايراه مشاهد آخر مستقر فى النظام الجديد مادامت السرعة النسبية بين هذين النظامين سرعة خطية منتظمة ٠

تحويلات لورنتز ـ أينشتاين النسبية للإحداثيات ٠

Lorentz-Einstein Relativistic Transformations of Co-ordinates:

على أساس الفرضين السابقين استنتج أينشتاين علاقات رياضية فى منتهى الاهمية وكان لها الفضل فى تفسير العديد من الظواهر الفيزيائية الحديثة وكان من غير الممكن تفسيرها بطرق اخرى تفسيرا صحيحا ٠

ولنبدأ فى استنتاج هذه العلاقات الاساسية والتى تسمى تحويلات لورنتز ـ أينشتاين النسبية ٠

وقبل الاستنتاج لهذه العلاقات سنذكر بعض الشروط العامة التى يجب أن تتوافر فى معادلات تحويل الاحداثيات وتتلخص فيما يلى :

١ ـ يجب أن تكون معادلات خطية حتى تكون متماثلة وتحقق التقابل الفيزيائى بالنسبة للنظامين اى ان المعادلات التى تعبر عن احداثيات نظام S بدلالة نظام آخر S' يكون لها نفس الشكل الرياضى مثل المعادلات التى تعبر عن احداثيات النظام S' بدلالة النظام S ٠

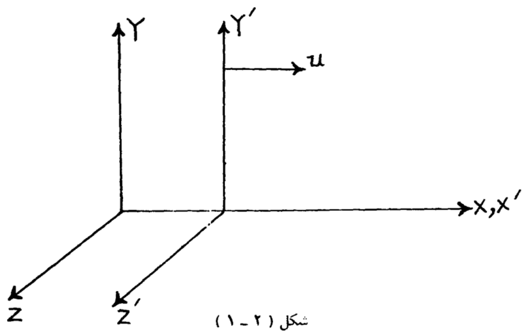
٢ ـ يجب أن تحول القيم المحددة فى نظام إلى قيم محددة اخرى وليست لانهائية فى النظام الآخر ٠

٣ ـ إذا اصبحت السرعة النسبية الخطية المنتظمة بين النظامين u تساوى صفرا فانها تعطى تشابها تاما بين احداثيات النظامين بمعنى انه فى هذه الحالة يكون

$$x = x', \quad y = y', \quad z = z', \quad t = t'$$

٤ ـ تظل سرعة الضوء c واحدة أى ثابتة فى معادلات التحويل بين النظامين ٠

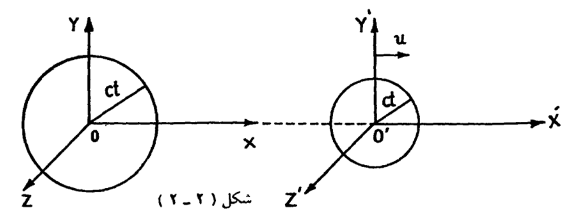
استقاق تحويلات لورنتز ـ أينشتاين النسبية للاحداثيات :ـ



شكل (٢ ـ ١)

النظامان S , S' يتحرك S' بالنسبة للنظام S بسرعة خطية منتظمة u موازية للمحورين OX , O'X'

لنفترض ان هناك مشاهدين احدهما O فى مجموعة احداثيات القصور S وهو مستقر عند نقطة الاصل لهذه المجموعة أما المشاهد الآخر O' فهو مستقر عند مركز مجموعة قصور ذاتى اخرى S' ولنفترض ان فى يد كل منهما كشافا ضوئيا وأن النظام S' متحرك بالنسبة للنظام S بسرعة u خطية منتظمة وموازية للمحورين X , X' وأن المستوى (Y-Z) منطبق على المستوى (Y'-Z') ونفترض أيضا انه عند اللحظة $t = t' = O$ تكون نقطتا الاصل للنظامين منطبقتين وعند تلك اللحظة يُصدر كل من المشاهدين وَمْضة ضوئية من الكشاف الذى بيده ٠



شكل (٢ ـ ٢)

بعد فترة زمنية t فان النسبة للمشاهد O تكون الومضة الضوئية التى صدرت من الكشاف الذى بيده اصبحت على هيئة كرة ضوئية (تبعا لنظرية هيجنز) نصف قطرها ct كما يتضح من الرسم (٢ ـ ٢) والمعادلة الخاصة بها من وجهة نظر المشاهد O هى :

$$x^2 + y^2 + z^2 = (ct)^2 = c^2t^2 \quad ...(2\text{-}1)$$

أما بالنسبة للمشاهد 'O فتكون الومضة الصادرة من الكشاف الذى بيده قد صارت على هيئة كرة نصف قطرها 'ct ومعادلتها هى :

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = (cy')^2 = c^2t'^2 \quad ...(2\text{-}2)$$

ونلاحظ من هاتين المعادلتين نقطتين مهمتين جدا تُميزان النظرية النسبية الخاصة هما : -

١ ـ ثبات سرعة الضوء c

٢ ـ تَميز كل نظام احداثيات معين بفترات زمنية يختص بها اى ان : $t \neq t'$

ومن جهة اخرى فان شرط المقابلة الفيزيائية يتطلب رياضيا ما يأتى : $x' \propto (x - ut)$

$$\therefore x' = k(x - ut) \quad ...(2\text{-}3)$$

وكذلك $x \propto (x' + ut')$

$$\therefore x = k'(x' + ut') \quad ...(2\text{-}4)$$

علاوة على ذلك فان شرط عدم التفضيل السابق ذكره يعنى ان يكون هذان الثابتان متساويين أى أن : $k = k'$

وبما أن المستوى (y-z) منطبق دائما على المستوى (y'-z') اذن يظل لدينا :

$$y = y', z = z' \quad ...(2\text{-}5)$$

بالتعويض من (2-3) فى (2-4) نجد أن .

$$x = k\left[k(x - ut) + ut'\right]$$

وباعادة ترتيب هذه المعادلة نحصل على :

$$t' = k\left[t + \frac{x}{u}\left(\frac{1}{k^2} - 1\right)\right] \quad ...(2\text{-}6)$$

والآن بالتعويض فى المعادلة (2-2) عن الاحداثيات x', y', z', t' باستخدام العلاقات (2-6) ، (2-5) ، (2-4) ينتج لدينا :

$$k^2 (x-ut)^2 + y^2 + z^2 = c^2k^2 \left[t + \frac{x}{u}\left(\frac{1}{k^2} - 1\right) \right]^2 \quad \dots (2\text{-}7)$$

$$\therefore \left[k^2 - \frac{k^2c^2}{u^2}\left(\frac{1}{k^2} - 1\right)^2 \right] . x^2 + y^2 + z^2$$

$$- \left[2k^2u + \frac{2k^2c^2}{u}\left(\frac{1}{k^2} - 1\right) \right] . xt = \left[k^2c^2 - k^2u^2 \right] . t^2 \quad \dots (2\text{-}8)$$

وكما ذكرنا فان هذه المعادلة تُمثل صدر الموجة الضوئية الكروية كما يراه الملاحظ O' بعد تحويلها الى النظام S وعلى ذلك يجب أن تُقابل تماما المعادلة التى تصف صدر الموجة الكروية الضوئية التى يراها المشاهد O فى نفس النظام S أى أن المعادلة ((2-8)) تقابل تماما المعادلة (2-1) :

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2t^2 \quad \dots (2\text{-}1)$$

وعلى ذلك يجب رياضيا أن يتساوى معاملات كل من المتغيرات ((x,y,z,t)) فى كلتا المعادلتين :

فلو اخترنا على سبيل المثال مساواة معاملى t^2 فى المعادلتين لحصلنا على :

$$k^2c^2 - k^2u^2 = c^2$$

$$\therefore k = \pm \sqrt{\frac{c^2}{c^2 - u^2}}$$

$$= \pm \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$\therefore k = + \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad \dots (2\text{-}9)$$

ولقد استُبعِدت الاشارة السالبة لتحقيق شرط التشابه الرياضى بين نسبية أينشتاين ونسبية نيوتن الذى سبق ذكره عندما تكون السرعات u صغيرة جدا بالنسبة لسرعة الضوء « c » .

ومعنى ذلك ان مجموعة المعاملات من (2-3) الى (2-6) تصبح على الصورة الآتية :

$$x = \frac{(x' + ut')}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$y = y' \qquad \ldots(2\text{-}10)$$

$$z = z'$$

$$t = \frac{(t' + ux'/c^2)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

وكذلك تصبح معادلات التحويل العكسية على الصورة الآتية :

$$x' = \frac{(x - ut)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$y' = y \qquad \ldots(2\text{-}11)$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{(t - ux/c^2)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

وهاتان المجموعتان (2-10) ، (2-11) تعرفان عادة بتحويلات لورنتز ـ أينشتاين النسبية ·

أمثلة محلولة :

مثال (2-1)

فى المعادلة (2-8) اجر التعويض فى العامل الخاص بالحد x^2 عن k بما تساويه تبعا للمعادلة (2-9) وبرهن على أن قيمة هذا العامل تساوى الواحد الصحيح ·

الحل :

نرمز لعامل x^2 بالرمز A وعليه فان :

$$A = k^2 - \frac{c^2k^2}{u^2}\left(\frac{1}{k^2} - 1\right)^2$$

$$\because \quad k = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$\therefore A = \frac{1}{1 - u^2/c^2} - \frac{c^2}{u^2\left(1 - u^2/c^2\right)} \cdot \left[\left(1 - u^2/c^2\right) - 1\right]^2$$

$$\therefore A = \frac{1}{1 - u^2/c^2} - \frac{c^2}{u^2}\left[\frac{\left(\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right) - 1\right)^2}{1 - u^2/c^2}\right]$$

$$= \frac{1}{\left(1 - u^2/c^2\right)} - \frac{u^2}{c^2} \cdot \frac{1}{\left(1 - u^2/c^2\right)} = 1$$

مثال (2-2) :

اثبت أنه بتطبيق معادلات تحويلات لورنتز ـ أينشتاين النسبية للاحداثيات على المعادلات الآتية يتبين انها تتميز بخاصية عدم التغير :

(a) $x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$

(b) $dx^2 + dy^2 + dz^2 = c^2 dt^2$

الحل :

أولا تطبق تحويلات لورنتز ـ اينشتاين النسبية على المعادلة الاولى فنحصل على :

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2 \qquad ...(2\text{-}12)$$

$$\therefore \left[\frac{x' + ut'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right] + y'^2 + z'^2 = c^2 \left[\frac{t' + \frac{ux'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right] \qquad ...(2\text{-}13)$$

باعادة ترتيب المعادلة رقم (٢) نحصل على :

$$\frac{(1 - \frac{u^2}{c^2})}{(\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}})^2} x'^2 + y'^2 + z'^2 = \frac{(1 - \frac{u^2}{c^2})}{(\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}})^2} \cdot c^2 t'^2 \qquad ...(2\text{-}14)$$

$$\therefore x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2 \qquad ...(2\text{-}15)$$

المعادلة رقم (2-15) لها نفس الشكل الرياضى للمعادلة رقم (2-12) وهكذا يتضح ان المعادلة رقم (a) تتميز بخاصية عدم التغير •

ويلاحظ ان المعادلة **(a)** يمكن ان تكتب على الصورة $x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = 0$

والمعادلة رقم **(b)** يمكن ان تكتب على الصورة $x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = 0$

—...(2-16)

ومنه يتضح ان $x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2$

وبالمثل نطبق تحويلات لورنتز - أينشتاين النسبية على المعادلة

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 = c^2\, dt^2 \qquad ...(2\text{-}17)$$

$$\therefore dx = d\left[\frac{x' + ut'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}\right] = \frac{dx' + u\,.\,dt'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \qquad ...(2\text{-}18)$$

$$dy = dy' \quad , \quad dz = dz' \qquad ...(2\text{-}19)$$

$$dt = d\left[\frac{t' + \frac{ux'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}\right] = \frac{dt' + \frac{u}{c^2}\, dx'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \qquad ...(2\text{-}20)$$

بالتعويض من (٢) ، (٣) ، (٤) فى المعادلة رقم (١) ينتج :

$$\left[\frac{dx' + udt'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}\right]^2 + dy'^2 + dz'^2 = c^2\left[\frac{dt' + \frac{u}{c^2}\, dx'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}\right]^2 \qquad ...(2\text{-}21)$$

وباعادة ترتيب هذه المعادلة ينتج لدينا :

$$\frac{(1 - \frac{u^2}{c^2})}{\left[\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}\right]^2} .dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 = \frac{(1 - \frac{u^2}{c^2})}{\left[\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}\right]^2} .c^2\, dt'^2$$

$$\therefore dx'^2 + dy'^2 \; dz'^2 = c^2\, dt'^2 \qquad ...(2\text{-}22)$$

ويلاحظ ان المعادلة (2-22) لها نفس الشكل الرياضى للمعادلة (b) وهكذا يتضح ان المعادلة (b) تتميز بخاصية عدم التغير بتطبيق تحويلات لورنتز - أينشتاين النسبية للاحداثيات عليها وكما سبق يتضح صحة العلاقة الآتية :

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2 = dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 - c^2dt'^2$$

الباب الثالث

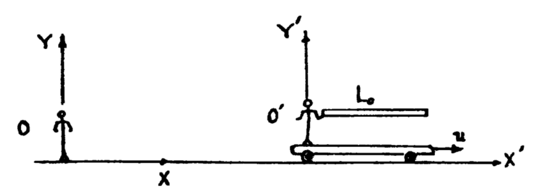
تفسيرات لبعض الظواهر الفيزيائية على أساس تحويلات لورنتز - أينشتاين النسبية

تفسيرات لبعض الظواهر الفيزيائية على أساس تحويلات لورنتز - أينشتاين النسبية

فى هذا الباب سنقدم بعض التفسيرات لعدة ظواهر فيزيائية تنبه العلماء لوجودها وارتباطها بتحويلات لورنتز ـ أينشتاين النسبية والتى وصلنا اليها فى الباب السابق ٠

من هذه الظواهر مايلى :

١ ـ انكماش الطول : Length Contraction



شكل (٣ ـ ١)

بالنسبة للمشاهد O' طول العصا هو Lo وبالنسبه للمشاهد O طول نفس العصا (التى فى يد المشاهد O') أقل من Lo

لنفرض كما هو موضح بالرسم ان هناك مشاهدا O مستقرًا فى نظام الاحداثيات S ومر امامه مشاهد O' راكب عربة تسير فى اتجاه المحور X بسرعة منتظمة خطية u فنعتبر ان العربة تمثل نظام الاحداثيات X' ٠

ولنفرض ان المشاهد O' يمسك بيده عصا AB طولها بالنسبة له فى الاتجاه الموازى لمحور X' (وهو نفسه مواز لاتجاه المحور X) يساوى L_o وبما ان العصا لا تتحرك بالنسبة للملاحظ O' لذا فالطول L_o يمثل فى الواقع الطول الحقيقى Proper Length للعصا بالنسبة له ٠

ولنطرح السؤال الآتى :

هل المشاهد O يحكم بأن طول هذه العصا بالنسبة له وليكن « L » يساوى ١م يختلف عن الطول (L_0) ؟

وللاجابة على هذا السؤال نبدأ بتعريف كل من :

$$L_0 = x'_2 - x'_1 \quad ...(3\text{-}1)$$

$$L = x_2 - x_1 \quad ...(3\text{-}2)$$

ولكن من تحويلات لورنتز ـ أينشتاين النسبية ((2-10)) نجد أن :

$$x_1 = \frac{x'_1 + u\,t'_1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$x_2 = \frac{x'_2 + u\,t'_2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

وحيث ان المشاهد O استقبل الومضتين الضوئيتين من طرفى العصا فى نفس اللحظة ليتم عملية قياسية للطول L فان ذلك معناه أن :

$$t_1 = t_2 \quad ...(3\text{-}3)$$

حيث :

t_1 هى لحظة استقبال الملاحظ O للومضة الضوئية الصادرة من الطرف A للعصا .

t_2 هى لحظة استقبال الملاحظ O للومضة الضوئية الصادرة من الطرف B للعصا .

وبالمثل باعتبار ان :

t'_1 هى لحظة استقبال الملاحظ O' لنفس الومضة الصادرة من الطرف A للعصا .

t'_2 هى لحظة استقبال الملاحظ O' لنفس الومضة الصادرة من الطرف B للعصا .

ومن تحويلات لورنتز ـ أينشتاين النسبية معادلة (2-11) يتضح لنا أن :

$$t'_1 \neq t'_2 \quad ...(3\text{-}4)$$

اذا رجعنا للمعادلة (3-2) لحساب الطول L الذى يقيسه المشاهد O نجد :

$$L = x_2 - x_1 = \frac{x'_2 + u\,t'_2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - \frac{x'_1 + u\,t'_1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$\therefore L = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \left[(x'_2 + u\, t'_2) - (x'_1 + u\, t'_1) \right]$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \left[(x'_2 - x'_1) + u(t'_2 - t'_1) \right] \quad ..(3\text{-}5)$$

ولكن :

$$t_1 = \frac{(t'_1 + u\, x'_1/c^2)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$t_2 = \frac{(t'_2 + u\, x'_2/c^2)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$\because t_1 = t_2$$

$$\therefore t'_1 + \frac{u\, x'_1}{c^2} = t'_2 + \frac{u\, x'_2}{c^2}$$

$$\therefore t'_2 - t'_1 = - \frac{u}{c^2} (x'_2 - x'_1) \quad ...(3\text{-}6)$$

وبالتعويض عن (3 – 6) فى (3 - 5) نحصل على :

$$L = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \left[(x'_2 - x'_1) - \frac{u^2}{c^2} (x'_2 - x'_1) \right]$$

$$\therefore L = \frac{(x'_2 - x'_1)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \left[1 - \frac{u^2}{c^2} \right]$$

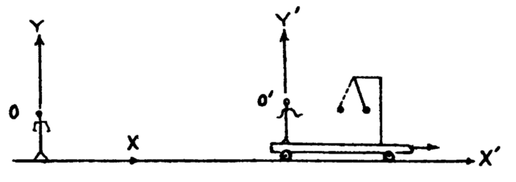
$$\therefore L = (x'_2 - x'_1) \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

$$\therefore L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \qquad \ldots(3\text{-}7)$$

معامل لورنتز أى المقدار $\sqrt{1 - u^2/c^2}$ دائما أقل من الواحد ، لأن u دائما أصغر من c تبعا لأينشتاين • وهذا معناه ان الطول L دائما اصغر من الطول L_0 لنفس الجسم كنتيجة للحركة النسبية بين الجسم والمشاهد •

هذا فيا يختص بالأطوال فى الاتجاه الموازى للحركة النسبية الخطية المنتظمة اما بالنسبة للاتجاهات الموازية لتلك المتعامدة عليها فانه لا يحدث أى تغيير للاطوال نتيجة لهذه الحركة بين الجسم والمشاهد • (راجع المعادلات) (2-11) ،(2-12) •

٢- استطالة الزمن : Time Dilation (or Time Dilatation)



شكل (٣ ـ ٢)

الزمن الدورى للبندول بالنسبة للمشاهد O' هو T_0 وبالنسبة للمشاهد O الزمن الدورى لنفس البندول أطول من T_0

لنفرض ان هناك مشاهدا O مستقرا فى نظام احداثيات S ومشاهدا آخر O' مستقرا فى نظام آخر S' ولنفرض أن السرعة النسبية بين S & S' (وبالتالى بين O ، O') هى سرعة خطية منتظمة موازية لكل من المحورين X، X' ، ومقدارها u •

ونفترض أن هناك حدثا تم فى النظام S' واستغرق فترة زمنية ΔT_0 كما رصده المشاهد

مستخدما الساعة التى فى يده فيكون : $\Delta T_0 = t'_2 - t'_1$ ...(3-8)

حيث :

t'_1 هى لحظة بدء هذا الحدث .

t'_2 هى لحظة انتهاء هذا الحدث .

ولنفترض كذلك أن ΔT هى الفترة الزمنية لنفس ذلك الحدث كما رصده فى النظام S المشاهد O بالساعة التى فى يده فيكون : $\Delta T = t_2 - t_1$ ...(3-9)

حيث :

t_1 هى لحظة بدء الحدث الذى تم فى 'S كما رصده O بساعته فى S .

t_2 هى لحظة انتهاء نفس الحدث كما رصده O بساعته فى S

وباستخدام تحويلات لورنتز :

$$t_1 = \frac{t'_1 + \frac{ux'_1}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$t_2 = \frac{t'_2 + \frac{ux'_2}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

وعلى فرض ان الحدث قد تم فى النظام 'S فى نفس المكان فيكون $x'_2 = x'_1$ وعليه :

$$\Delta T = \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$\Delta T = \frac{\Delta T_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \qquad \ldots (3\text{-}10)$$

وبما أن $\sqrt{1 - u^2/c^2}$ دائما أقل من الواحد ·

$\therefore \Delta T$ تكون دائما أكبر من ΔT_0 ·

أى أنه نتيجة للحركة النسبية بين المشاهدين O',O تكون الفترة الزمنية التى يسجلها المشاهد المتحرك بالنسبة بالنسبة لحدث ما هى اطول (اكبر) من تلك التى يسجلها المشاهد الساكن المستقر بالنسبة لنفس الحدث ·

ولقد اتضحت صحة هذه النتيجة الهامة من نتائج النظرية النسبية فى أمثلة كثيرة منها استطالة متوسط عمر الميزونات وبقية الدقائق الأولية غير المستقرة المتحركة بسرعات تقرب من سرعة الضوء كما نشاهد فى الاسعاع الكونى ((Cosmic Radiation) أو فى الاشعاعات الناتجة بالمعجلات النووية (راجع مثال 3-2) ·

النتيجة (3-10) وصلنا اليها على الفرض بأن الحدث فى S' تم فى نفس المكان عند نقطة محددة ولذلك كانت $x'_1 = x'_2$ ·

أما اذا كان هذا الفرض غير موجود أى أن x'_1 لا تساوى x'_2 فاننا نحصل فى هذا الحالة على العلاقة العامة التالية :

$$\Delta T = t_2 - t_1 = \frac{t'_2 + \frac{ux'_2}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - \frac{t'_1 + \frac{ux'_1}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$\Delta T = \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} + \frac{\frac{u}{c^2}(x'_2 - x'_1)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$\Delta T = \frac{\Delta T_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} + \frac{\frac{u}{c^2}(x'_2 - x'_1)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad \ldots(3\text{-}11)$$

ويمكننا أن نتبين من هذه النتيجة ان « مفهوم فى نفس اللحظة »"Simultaneity Concept"
هو مفهوم نسبى وليس مفهوما مطلقا بمعنى أنه :

أ ـ اذا كانت ΔT_0 تساوى صفرا ، $x'_1 = x'_2$ فان ΔT تساوى صفرا أيضا .

ب ـ اذا كانت ΔT_0 تساوى صفرا ولكن x'_1 لا تساوى x'_2 فان ΔT لا تساوى صفرا .

وهذا بالتالى معناه أن ما يتم لحظيا $((\Delta T_0 = O))$ فى مكانين مختلفين فى نظام ما ليس بالضرورة أن يرصد على انه تم لحظيا فى نظام آخر $(\Delta T \neq O)$ مادام هناك حركة نسبية خطية منتظمة بين النظامين .

٣ ـ تحويلات السرعات النسبية لأينشتاين :

Einstein's Relativistic Transformations of Velocities

نفرض ان لدينا جسما يتحرك بسرعة V' فى النظام S' وهى نفس سرعته كما يرصدها له مشاهد O' ساكن فى هذا النظام .

ولنفرض أن V هى سرعة نفس هذا الجسيم كما يرصدها مشاهد آخر (O) مستقر فى النظام الآخر « S » . حيث السرعة النسبية بين النظامين S ، S' هى كالمعتاد سرعة خطية منتظمة موازية للمحور X الذى يوازى بدوره المحور X' ومقدارها u .

$$V' = i\,V'_x + j\,V'_y + k\,V'_z \qquad \ldots(3\text{-}12)$$

$$V = i\,V_x + j\,V_y + k\,V_z \qquad \ldots(3\text{-}13)$$

ولكن

$$V'_x = \frac{dx'}{dt'} \,,\; V'_y = \frac{dy'}{dt'} \,,\; V'_z = \frac{dz'}{dt'} \qquad \ldots(3\text{-}14)$$

$$V_x = \frac{dx}{dt} \,,\; V_y = \frac{dy}{dt} \,,\; V_z = \frac{dz}{dt} \qquad \ldots(3\text{-}15)$$

وبالاستفادة من تحويلات لورنتز واجراء عملية التفاضل نحصل على :

$$V'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{\dfrac{dx - u\,dt}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}}{\dfrac{dt - \frac{u}{c^2}\,dx}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}} = \frac{dx - u\,dt}{dt - \frac{u}{c^2}\,dx}$$

$$\therefore V'_x = \frac{\frac{dx}{dt} - u}{1 - \frac{u}{c^2}\frac{dx}{dt}} = \frac{V_x - u}{1 - \frac{u}{c^2} V_x} \quad \ldots(3\text{-}16)$$

$$V'_y = \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{\dfrac{dt - \frac{u}{c^2}\,dx}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}} = \frac{dy \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{dt - \frac{u}{c^2}\,dx}$$

$$\therefore V'_y = \frac{\frac{dy}{dt} \cdot 1 - u^2/c^2}{1 - \frac{u}{c^2} \cdot \frac{dx}{dt}} = \frac{V_y \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{1 - \frac{u}{c^2} V_x} \quad \ldots(3\text{-}17)$$

وبالمثل نحصل على :

$$\therefore V'_z = \frac{V_z \cdot \sqrt{1 = \frac{u^2}{c^2}}}{1 - \frac{u}{c^2} V_x} \quad \ldots(3\text{-}18)$$

ويلاحظ من المعادلتين ((3-18) ، (3-17)) انه على الرغم من أن الحركة النسبية بين النظامين S,S' سرعتها u موازية للمحورين X,X' الا أنها تؤثر على مركبات السرعة الموازية للمحاور الاخرى المتعامدة على u .

وبالمثل نحصل على التحويلات العكسية الآتية :

$$V_x = \frac{V'_{x'} + u}{1 + \frac{u}{c^2} V'_{x'}} \qquad \ldots(3\text{-}19)$$

$$V_y = \frac{V'_{y'} \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{1 + \frac{u}{c^2} V'_{x'}} \qquad \ldots(3\text{-}20)$$

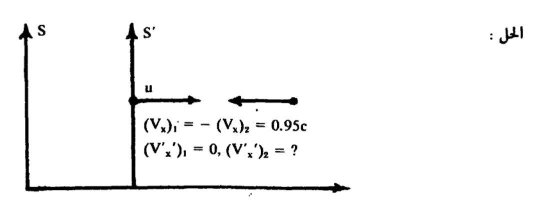
$$V_z = \frac{V'_{z'} \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{1 + \frac{u}{c^2} V'_{x'}}$$

أمثلة محلولة :

مثال : (3-1)

بروتون يتحرك بسرعة $(V_x)_1 = 0.95c$ متجها نحو بروتون آخر متحرك بنفس السرعة فى الاتجاه المضاد اى ان $(V_x)_2 = -0.95c$ وذلك بالنسبة لمشاهد فى النظام S فاذا فرضنا أن مشاهدا آخر يستطيع ان يكون مستقرا بالنسبة لاحد البروتونين وليكن ذلك فى النظام 'S فاحسب السرعة التى يقيسها للبروتون الآخر .

الحل :



نفرض أن البروتون الاول والمشاهد مستقران فى النظام 'S وهذا معناه أن النظام 'S يتحرك بالنسبة للنظام S بسرعة u = 0.95c فى نفس اتجاه حركة البروتون الاول ·

وعلى ذلك يكون لدينا مايلى :

فى النظام S

(١) بالنسبة للبروتون الاول $(V_x)_1 = 0.95c$

(٢) بالنسبة للبروتون الثانى $(V_x)_2 = -0.95c$

بينا فى النظام 'S يكون لدينا :

بالنسبة للبروتون الاول $(V'_{x'})_1 = 0$

ولتكن سرعة البروتون الثانى هى $(V'_{x'})_2$ بالنسبة للمشاهد فى 'S

فيكون :

$$(V'_{x'})_2 = \frac{(V_x)_2 - u}{1 - \frac{u}{c^2}(V_x)_2} = \frac{-0.95c - 0.95c}{1 - \frac{0.95c\,(-0.95c)}{c^2}} = 0.998c$$

مثال : (3-2)

فى المثال السابق استبدل البروتون الثانى بنوتون لاشعاع جاما فاحسب سرعته بالنسبة للمشاهد فى النظام 'S المستقر مع البروتون الاول ·

الحل :

فوتون اشعاع جاما يتحرك بسرعة الضوء أى أن $(V_x)_2 = -c$ وتكون سرعته $(V'_{x'})_2$ بالنسبة للمشاهد فى النظام 'S المستقر مع البروتون الأول هى :

$$(V'_{x'})_2 = \frac{-c - 0.95c}{1 - \frac{0.95c\,(-c)}{c^2}} = \frac{-1.95\,c}{1.95} =$$

بتطبيق قانون تحويلات السرعات لأينشتاين فى هذا المثال يتضح ان اضافة سرعتين إحداهما تساوى سرعة الضوء يعطى الناتج سرعة تساوى سرعة الضوء ·

مثال : (3 - 3)

سفينة فضاء انطلقت من الأرض لتبدأ رحلتها الى أحد النجوم الذى يبعد عن الارض مسافة قدرها (٤) أربع سنوات ضوئية (بمعنى ان الضوء القادم من هذا النجم يصل الى الارض بعد اربع سنوات من لحظة انبعاثه والسنة الضوئية هى المسافة التى يقطعها الضوء فى مدة سنة كاملة وتساوى ٦ مليون مليون ميل تقريبا) ٠

فاذا فرض ان سرعة السفينة عندما تترك المجموعة الشمسية تساوى 0.9c احسب المسافة التى يقيسها مشاهد فى السفينة على انها بعد هذا النجم ٠

الحل :

البعد (الطول) الظاهرى = (البعد الطول) الحقيقى × معامل لورنتز

$$\therefore \quad L = L_o \sqrt{1 - u^2/c^2}$$

$$= 4 \sqrt{1 - \frac{0.81\ c^2}{c^2}} = 1.76$$ سنة ضوئية ٠

مثال : (3-4)

رجل يركب سيارة تتحرك بسرعة ٣٠ كم/ ساعة واثناء حركة السيارة قذف الرجل كرة بسرعة ٣٠ كم/ ساعة بالنسبة للسيارة وفى نفس اتجاه حركتها اوجد سرعة الكرة بالنسبة لسطح الارض ٠

الحل :



نفرض ان سرعة الكرة بالنسبة للارض ستكون V_x ونطبق القانون

$$V_x = \frac{V'_{x'} + u}{1 + \frac{u}{c^2} V'_{x'}}$$

حيث سرعة الضوء تساوى $10.8 \times 10^8 Km/h$

$$V_x = \frac{30 + 30}{1 + \frac{30 \times 30}{(10.8 \times 10^8)^2}} = 60 \left[1 + \left(\frac{30}{10.8 \times 10^8} \right)^2 \right]^{-1}$$

$$= 60 \left[1 - \left(\frac{30}{10.8 \times 10^8} \right)^2 \right]$$

$$= 60 \left(1 - \frac{30}{10.8 \times 10^8} \right) . \left(1 + \frac{30}{10.8 \times 10^8} \right)$$

$$\therefore V_x = 60(1 - 0.000000028).(1 + 0.000000028)$$

$$= 60\ (0.999999972).\ (1.000000028)$$

$$= 60\ (0.999999999)$$

$$= 59.99999999 \quad Km/h$$

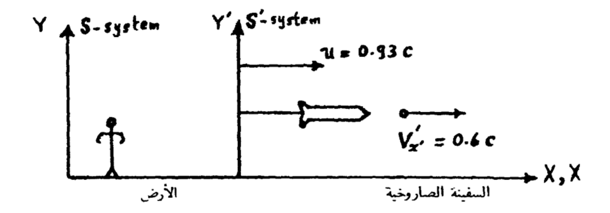
يلاحظ من هذا المثال انه عندما تكون السرعات صغيرة جدا بالنسبة لسرعة الضوء فان النتيجة التى حصلنا عليها للسرعة تقترب تماما من النتيجة الكلاسيكية التى نحصل عليها بتطبيق قانون اضافة السرعات العادى لنيوتن ٠

مثال : (3-5)

سفينة صاروخية متحركة بسرعة افتراضية قدرها 0.93 c بالنسبة لمشاهد مستقر على سطح الأرض ٠ فاذا فرض انه اطلق من السفينة بروتون بسرعة 0.6 c بالنسبة للسفينة وفى نفس اتجاه حركتها ٠

احسب سرعة هذا البروتون بالنسبة للمشاهد على الارض ٠

الحل :



بالمثل كما فى المثال السابق نستخدم المعادلة :

$$V_x = \frac{V'_{x'} + u}{1 + \frac{u}{c^2} V'_{x'}}$$

حيث V_x هى سرعة البروتون بالنسبة للمشاهد المستقر على سطح الارض أى أن :

$$V_x = \frac{0.6\ c + 0.93\ c}{1 + \frac{0.6\ c \times 0.93\ c}{c^2}}$$

$$= \frac{1.53\ c}{1.558} = 0.982\ c$$

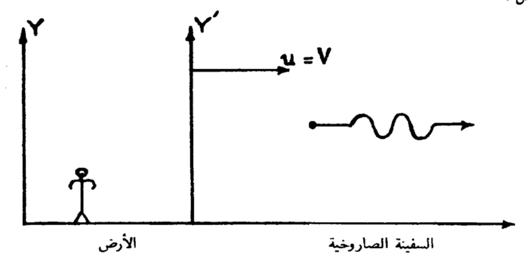
نلاحظ ان سرعة البروتون التى حصل عليها المشاهد المستقر على سطح الارض (0.982 c) تختلف بقدر ملحوظ عن سرعة نفس البروتون (0.6 c) المقاسة بالنسبة للسفينة الصاروخية وسبب ذلك هو ان السرعات التى فرضت فى هذا المثال تقرب من سرعة الضوء ·

علاوة على ذلك فانه كما هو متوقع تبعا لأسس النظرية النسبية فان السرعة الناتجة لأى جسيم دائما اقل من سرعة الضوء ·

مثال : (3-6)

انطلق فوتون بسرعة c « كالمعتاد » من سفينة صاروخية متحركة بسرعة V وبفرض ان V، c لها نفس الاتجاه · احسب سرعة الفوتون بالنسبة لمشاهد على الارض ؟

الحل :



كما فى المثالين السابقين نفرض ان سرعة الفوتون بالنسبة للمشاهد على الارض تساوى $V'_{X'}$

فيكون : —

$$V_x = \frac{V'_{X'} + u}{1 + \frac{u}{c^2} V'_{X'}} = \frac{c + V}{1 + \frac{cV}{c^2}}$$

$$= \frac{c + V}{\frac{c + V}{c}} = c$$

مثال : (7 – 3)

مشاهدان A & B السرعة النسبية بينهما فى اتجاه المحور السينى X وتساوى $0.7\ c = 2.1 \times 10^8$

عند اللحظة $t = t' = 0$ صادف ان انطبق مركز احداثيات احدهما على مركز احداثيات الآخر وعند تلك اللحظة شاهد الملاحظ A صاروخا مارا بنقطة الاصل فى نظام احداثياته ومتجها بسرعة 0.6c فى اتجاه المحور السينى X ·

حدد المسار لهذا الصاروخ بالنسبة لكل من الملاحظين . A & B

الحل :

بالنسبة للمشاهد A فان احداثيات الصاروخ بعد لحظة t هى :

$$x = (0.6\,c)\,t \quad , \quad y = 0 \quad , \quad z = 0 .$$

اما بالنسبة للمشاهد B فاحداثيات الصاروخ هى X', Y', Z', t'

حيث:

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \frac{0.6ct - 0.7ct}{\sqrt{1 - (0.7)^2}} = -\,0.141\ ct$$

$$y' = y = 0$$

$$z' = z = 0$$

$$t' = \frac{t - \frac{u\,x}{c^2}}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \frac{t - (0.7 \times 0.6)\,t}{\sqrt{1 - 0.7 \times 0.7}} = 0.82\ t$$

$$\therefore \quad t = 1.2195\ t = 1.22\ t$$

$$,\quad x' = -\,0.1719\ ct' = -\,0.18\ ct'$$

مثال : (3-8)

صاروخ يتحرك بسرعة منتظمة · قام مشاهد مستقر على سطح الارض برصد حركته فلاحظ ان الصاروخ يقطع مسافة مابين علامتين مثبتتين على الارض قدرها ٩٠ مترا فى زمن قدره 5×10^{-7} من الثانية

احسب :

أ ـ المسافة بين العلامتين كما يرصدها شخص داخل الصاروخ ·

ب ـ الفترة الزمنية اللازمة لقطع المسافة بين العلامتين كما يسجلها الشخص فى الصاروخ بساعته ·

جـ ـ السرعة التى يقطع بها الصاروخ المسافة بين العلامتين ·

الحل :

بما ان الشخص المستقر على سطح الارض رصد ان الصاروخ قطع المسافة بين العلامتين وقدرها ٩٠ مترا خلال فترة زمنية قدرها 5×10^{-7} من الثانية فتكون سرعة الصاروخ هى :

$$u = \frac{90}{5 \times 10^{-7}} = 1.8 \times 10^{8} \quad m/s$$

(أ) المسافة بين العلامتين تبدو للشخص داخل الصاروخ منكمشة ولتكن قدرها L حيث :

$$L = L_o \sqrt{1 - u^2/c^2} = 90 \sqrt{1 - (1.8 \times 10^8)^2/(3 \times 10^8)^2}$$

$$= 90 \sqrt{0.64} = 90 \times 0.8$$

$$= 72 \quad \text{metres}$$

(ب) الفترة الزمنية التى يرصدها الشخص داخل الصاروخ ولتكن T_o تمثل زمنا حقيقيا بالنسبة له (Proper Time) لانها قيست بساعة ساكنة بالنسبة له وهذه الفترة الزمنية تقابل الفترة المستطاله 5×10^{-7} من الثانية والتى رصدها المشاهد على الارض اى ان :

$$5 \times 10^{-7} = \frac{T_o}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{T_o}{0.8}$$

$$\therefore T_o = 5 \times 10^{-7} \times 0.8 = 4 \times 10^{-7} \quad s.$$

(ج) السرعة التى قطع بها الصاروخ المسافة بين العلامتين كما يرصدها الشخص داخل الصاروخ تساوى u حيث :

$$u = \frac{\text{المسافة بين العلامتين كما قيست بالشخص داخل الصاروخ}}{\text{الفترة الزمنية التى قطعت فيها هذه المسافة بساعته}}$$

$$u = \frac{72}{4 \times 10^{-7}} = 1.8 \times 10^{8} \quad m/s.$$

وبلاحظ ان قيمة هذه السرعة هى قيمة السرعة النسبية للصاروخ كما رصدها الملاحظ على الارض ٠

الباب الرابع

العلاقة بين كتلة الجسم وسرعته

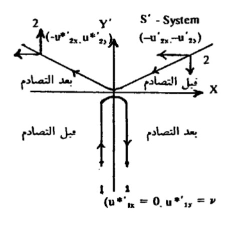
العلاقة بين كتلة الجسم وسرعته

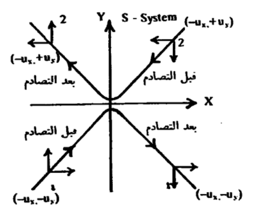
علمنا فى نسبية نيوتن ان كتلة الجسم لا تتغير بسرعته، وان الكتلة فى النظامين S, S' من نظم القصور الذاتى واحدة اى، ان $m = m'$ ولكن تبعا لنسبية أينشتاين فانه يجب علينا التعبير عن كتلة الجسم كدالة لسرعته ويعبر عن ذلك رياضيا بان $m = m(v)$ حيث v سرعة الجسم، ومعنى ذلك ان الكتلة تتغير بتغير سرعة الجسم ·

وتوجد طرق متعددة لاستنتاج العلاقة الخاصة باعتماد الكتلة على سرعة الجسم تبعا للنظرية الخاصة لأينشتاين وتتميز كل طريقة بمدخل خاص بها لكن جميعها تؤدى الى نفس النتيجة · وسنشرح احداها فيما يلى والبعض الآخر سنوضحه كامثلة محلولة ·

تصادم جسيمين متشابهين :

لايجاد العلاقة بين كتلة الجسم وسرعته سندرس تصادما مرنا تماما بين جسيمين متماثلين ومتشابهين تماما ونفرض ان التصادم يتم فى النظام S وان هذين الجسيمين يقتربان من بعضهما بسرعتين متساويتين فى المقدار ومتضادتين فى الاتجاه وعلى امتداد خط مستقيم واحد يمر بالمركز كما هو مبين فى الشكل (٤ ـ ١) وانهما يصلان عند المركز عند اللحظة $t = 0$





التصادم كما يشاهد بمشاهد فى النظام S' (شكل (٤ ـ ١)) التصادم كما يشاهد بمشاهد فى النظام S

وحيث ان التصادم مرن تماما لذا فان الجسيمين بعد لحظة التصادم يبتعدان عن بعضهما مع تغيير اتجاه كل منهما بحيث يتحركان بنفس السرعات السابقة على امتداد خط مستقيم آخر يمر ايضا بالمركز وتبعا لقانون بقاء كمية التحرك الخطى يكون :

كمية التحرك الخطى قبل التصادم = كمية التحرك الخطى بعد التصادم.

وكذلك تبعا لقانون بقاء الطاقة يكون :

الطاقة الكلية قبل التصادم = الطاقة الكلية بعد التصادم.

لنختار المحورين السينى والصادى X, Y فى النظام S بحيث يكون اتجاه السقوط والارتداد بعد التصادم فى وضع متماثل بالنسبة للمحورين كما هو مبين بالشكل(٤-١).

وسندرس هذا النظام من وجهة نظر مشاهد آخر مثبت فى نظام S' يتحرك بالنسبة للنظام S على امتداد المحور X' الموازى للمحور X بسرعة نسبية مساوية للمركبة u_x لسرعة اى من الجسيمين المتصادمين فى النظام S وفى الشكل(4-1)وضحنا مركبات سرعة الجسيمين المتصادمين قبل وبعد التصادم كما يشاهدها الملاحظ فى النظام بتطبيق معادلات تحويلات السرعات لاينشتاين (3-16-20)، يمكننا فيما يلى ان نحدد قيم هذه المركبات كل بعينها المشاهد فى النظام S' وستكون حينئذ كما يلى :

أولاً: قبل التصادم :

بالنسبة للجسيم الاول :

$$u'_{2x} = \frac{-u_x - u_x}{1 + \frac{u_x^2}{c^2}} = \frac{-2u_x}{1 + u_x^2/c^2}$$

$$u'_{2y} = \frac{-u_y\sqrt{1 - u_x^2/c^2}}{1 + u_x^2/c^2}$$

$$u'_{1x} = \frac{u_x - u_x}{1 - u_x^2/c^2} = 0$$

$$u'_{1y} = \frac{u_y \sqrt{1 - u_x^2/c^2}}{(1 - u_x^2/c^2)}$$

$$= \frac{u_y}{\sqrt{1 - u_x^2/c^2}} = v$$

ثانياً: بعد التصادم :

$$u^{*'}_{2x} = \frac{-u_x - u_x}{1 + u^2/c^2} = \frac{-2u_x}{(1 + u^2{}_x/c^2)}$$

$$u^{*'}_{2y} = \frac{+ u_y \sqrt{1 - u_x^2/c^2}}{(1 + u_x^2/c^2)}$$

$$u^{*'}_{1x} = \frac{u_x - u_x}{1 - u_x^2/c^2} = 0$$

$$u^{*'}_{1y} = \frac{- u_y \sqrt{1 - u_x^2/c^2}}{1 - u_x^2/c^2}$$

$$= \frac{- u_y}{\sqrt{1 - u_x^2/c^2}} = -v$$

اذن مربع سرعة الجسيم الاول قبل التصادم :

$$(u'_1)^2 = (u'_{1x})^2 + (u'_{1y})^2 = 0 + \frac{u_y^2}{(1 - u_x^2/c^2)}$$

اذن سرعة الجسيم الاول قبل التصادم :

$$u_1' = \frac{u_y}{\sqrt{1 - u_x^2/c^2}} \qquad \ldots(4\text{-}1)$$

اذن كتلة الجسيم الاول كدالة لهذه السرعة تكتب على الصورة $m(u_1')$

وبالمثل : مربع سرعة الجسيم الثانى قبل التصادم :

$$(u_2')^2 = (u_{2x}')^2 + (u_{2y}')^2 =$$

$$= \frac{4\,u_x^2}{(1 + u_x^2/c^2)^2} + \frac{u_y^2\,(1 - u_x^2/c^2)}{(1 + u_x^2/c^2)^2}$$

$$= \frac{4\,u_x^2 + u_y^2\,(1 - u_x^2/c^2)}{(1 + \frac{u_x^2}{c^2})^2}$$

اذن سرعة الجسيم الثانى قبل التصادم :

$$u_2' = \frac{\sqrt{4\,u_x^2 + u_y^2\,(1 - u_x^2/c^2)}}{(1 + \frac{u_x^2}{c^2})} \qquad \ldots(4\text{-}2)$$

اذن كتلة الجسيم الثانى كدالة لهذه السرعة ستكون : $m(u_2')$

مربع سرعة الجسيم الاول بعد التصادم :

$$(u^{*\prime}_1)^2 = (u^{*\prime}_{1x})^2 + (u^{*\prime}_{1y})^2$$

$$\therefore \quad (u^{*\prime}_1)^2 = 0 + \frac{u_y^2}{(1 - u_x^2/c^2)}$$

اذن سرعة الجسيم الاول بعد التصادم :-

$$u^{*\prime}_1 = \frac{u_y}{\sqrt{1 - u_x^2/c^2}} \qquad \ldots(4-3)$$

وتكون كتلة الجسيم الاول كدالة لهذه السرعة هى $m(u^{*\prime}_1)$

وبما أن $u^{*\prime}_1 = u'_1 \qquad \ldots(4-4)$

إذن $m(u^{*\prime}_1) = m(u'_1) \qquad \ldots(4-5)$

وبالمثل مربع سرعة الجسيم الثانى بعد التصادم :-

$$(u^{*\prime}_2)^2 = (u^{*\prime}_{2x})^2 + (u^{*\prime}_{2y})^2$$

$$\therefore (u^{*\prime}_2)^2 = \frac{4\, u_x^2}{(1 + u_x^2/c_2^2)^2} + \frac{u_y^2\,(1 - u_x^2/c^2)}{(1 + u_x^2/c^2)^2}$$

$$= \frac{4\, u_x^2 + u_y^2\,(1 - u_x^2/c^2)}{(1 + u_x^2/c^2)^2}$$

اذن سرعة الجسيم الثانى بعد التصادم :-

$$u^{*\prime}_2 = \frac{\sqrt{4\, u_x^2 + u_y^2\,(1 - u_x^2/c^2)}}{(1 + u_x^2/c^2)} \qquad \ldots(4-6)$$

وتكون كتلة الجسيم الثانى كدالة لهذه السرعة هى $m(u^{*\prime}_2)$

وبما ان

$$u^{*\prime}_{2} = u'_{2} \quad \ldots(4\text{-}7)$$

اذن

$$m(u^{*\prime}_{2}) = m(u'_{2}) \quad \ldots(4\text{-}8)$$

وبحساب المركبة السينية P'_x لكمية التحرك الخطى الكلية للجسيمين قبل التصادم نحصل على :

$$p'_x = m(u'_1).u'_{1x} + m(u'_2) . u'_{2x} \quad \ldots(4\text{-}9)$$

وبالمثل المركبة السينية $P^{*\prime}_x$ لكمية التحرك الخطى الكلية للجسيمين بعد التصادم تكون:

$$p^{*\prime}_x = m(u^{*\prime}_1) . u^{*\prime}_{1x} + m(u^{*\prime}_2) . u^{*\prime}_{2x} \quad \ldots(4\text{-}10)$$

وبالتعويض من المعادلات السابقة عن المركبات السينية الأربع للسرعات نحصل على :

$$p'_x = 0 - m(u'_2) . \frac{2\,u_x}{1 + u_x^2/c^2} \quad \ldots(4\text{-}11)$$

$$p^{*\prime}_x = 0 - m(u^{*\prime}_2) . \frac{2\,u_x}{1 + u_x^2/c^2} \quad \ldots(4\text{-}12)$$

وبما ان

$$m(u'_2) = m(u^{*\prime}_2)$$

اذن قانون بقاء كمية التحرك الخطى فى الاتجاه السينى يتحقق :

وبالمثل بحساب المركبة الصادية P'_y لكمية التحرك الخطى الكلية للجسيمين قبل التصادم نحصل على :

$$p'_y = m(u'_1) . u'_{1y} + m(u'_2) . u'_{2y} \quad \ldots(4\text{-}13)$$

وكذلك بحساب المركبة الصادية $P^{*\prime}_y$ لكمية التحرك الخطى الكلية للجسيمين بعد التصادم نحصل على :

$$p^{*\prime}_y = m(u^{*\prime}_1) . u^{*\prime}_{1y} + m(u^{*\prime}_2) . u^{*\prime}_{2y} \quad \ldots(4\text{-}14)$$

وبالتعويض من المعادلات السابقة عن المركبات الصادية الأربع نحصل على :

$$p'_y = m(u'_1) \cdot \frac{u_y}{\sqrt{1 - u_x^2/c^2}} - m(u'_2) \cdot \frac{u_y \sqrt{1 - u_x^2/c^2}}{(1 + u_x^2/c^2)} \quad (4-15)$$

$$p^{*\prime}_y = -m(u^{*\prime}_1) \cdot \frac{u_y}{\sqrt{1 - u_x^2/c^2}} + m(u^{*\prime}_2) \cdot \frac{u_y \sqrt{1 - u_x^2/c^2}}{(1 + u_x^2/c^2)} \quad (4-16)$$

وحيث ان

$$m(u'_1) = m(u^{*\prime}_1)$$

$$m(u'_2) = m(u^{*\prime}_2)$$

من المعادلتين (4-5) , (4-8)

$$p'_y = m(u'_1) \cdot \frac{u_y}{\sqrt{1 - u_x^2/c^2}} - m(u'_2) \cdot \frac{u_y \sqrt{1 - u_x^2/c^2}}{(1 + u_x^2/c^2)} \quad \ldots (4-17)$$

$$p^{*\prime}_y = -m(u'_1) \cdot \frac{u_y}{\sqrt{1 - u_x^2/c^2}} + m(u'_2) \cdot \frac{u_y \sqrt{1 - u_x^2/c^2}}{(1 + u_x^2/c^2)} \quad \ldots (4-18)$$

من المعادلتين الأخيرتين (4-17),(4-18) نجد ان صحة قانون بقاء كمية التحرك الخطى بالنسبة للمركبة الصادية والتى تتطلب ان يكون $Py' = p^{*}y'$ تتحقق فقط اذا كان كل من Py' ، $p^{*}y'$ مساويا للصفر وذلك لان حدود المعادلتين (4-17),(4-18) متساويتان تماما فى المقدار وتختلفان فقط فى الاشارة ٠ وعلى ذلك بمساواة المركبة الصادية قبل التصادم مثلا بالصفر نحصل على :

$$m(u_1') \frac{u_y}{\sqrt{1 - u_x^2/c^2}} - m(u_2') \frac{u_y \sqrt{1 - u_x^2/c^2}}{(1 + u_x^2/c^2)} = 0$$

$$\therefore m(u_1') = m(u_2') \frac{1 - u_x^2/c^2}{1 + u_x^2/c^2} \qquad \ldots (4\text{-}19)$$

وحيث ان العلاقة الأخيرة خالية من u_y فهى اذن صحيحة بصرف النظر عن قيمة تلك المركبة ولذلك لتسهيل التحليل الرياضى يمكننا إختيار الحالة التى يكون فيها $u_y = 0$ وعندئذ يكون $u'_1 = 0$ ايضا تبعا للمعادلة (4-3) ويكون :

$$u_2' = \frac{2 u_x}{(1 + u_x^2/c^2)} \qquad \ldots (4\text{-}20)$$

من المعادلة الأخيرة يمكن ان نصل (انظر مثال رقم G-5) الى العلاقة الآتية :

$$\frac{(1 - u_x^2/c^2)}{(1 + u_x^2/c^2)} = \sqrt{1 - \frac{(u_2')^2}{c^2}} \qquad \ldots (4\text{-}21)$$

بالتعويض من المعادلة (4-21) فى المعادلة (4-19) نجد ان

$$m(0) = m(u_2') \sqrt{1 - (u_2')^2/c^2}$$

$$m(u_2') = \frac{m(0)}{\sqrt{1 - \frac{(u_2')^2}{c^2}}} \qquad \ldots (4\text{-}22)$$

الكتلة $m(0)$ تمثل كتلة الجسيم عندما تكون سرعته تساوى صفرا ولذا تسمى الكتلة الساكنة للجسم Rest Mass ويرمز لها بالرمز m_0 وقيمتها واحدة للجسم الواحد فهى مميزة له ولاتعتمد على اى مقدار يتعلق باى نظام احداثى، بينما $m(u_2')$ تسمى الكتلة النسبية لنفس الجسم

Relativistic Mass وللاختصار نكتفى بان نرمز لها بالرمز m فقط .

العلاقة الأخيرة (4-22) تعنى انه اذا تحرك اى جسم كتلته الساكنة m_0 بسرعة v بالنسبة للاحظ ما فان كتلة الجسم بالنسبة لهذا الملاحظ تساوى m حيث :

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad \ldots(4-23)$$

ويلاحظ من هذه العلاقة ان كتلة الجسم $m = m_0$ عندما تكون سرعة الجسيم تساوى صفرا ويلاحظ ايضا ان كتلة الجسم m تزداد كلما زادت سرعة حركته فاذا فرضنا ان السرعة وصلت او اقتربت من سرعة الضوء فان الكتلة تصل او تقترب من مالا نهاية .

معادلات تحويل الكتلة النسبية من نظام إلى آخر من نظم القصور :

راينا ان المعادلة (4-23) تعطى مايسمى بالكتلة النسبية m لجسيم يتحرك بسرعة v بالنسبة لمشاهد موجود فى نفس النظام S الذى فيه الجسم،والآن نحاول الاجابة على السؤال التالى :

ماهى الكتلة النسبية m' لنفس الجسيم كما يراها مشاهد آخر مستقر فى نظام S' يتحرك بالنسبة للنظام S بسرعة نسبية u ؟

للإجابة عن هذا السؤال نبدأ بالمعادلتين التاليتين :

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad , \quad m' = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{v'^2}{c^2}}}$$

وبالقسمة ينتج :

$$\frac{m'}{m} = \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{\sqrt{1 - v'^2/c^2}}$$

ومن العلاقة،

$$(1 - v'^2/c^2) = \frac{(1 - v^2/c^2)(1 - u^2/c^2)}{(1 - uv_x/c^2)}$$

راجع المثال المحلول ينتج ان

$$\frac{(1 - v^2/c^2)}{(1 - v'^2/c^2)} = \frac{(1 - uv_x/c^2)^2}{(1 - u^2/c^2)}$$

$$\therefore \frac{m'}{m} = \frac{(1 - uv_x/c^2)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad \ldots(4\text{-}24)$$

وهذه هى معادلة التحويل التى أردنا إيجادها ٠

وعندما تكون $u=0$ نحصل على النتيجة الفيزيائية المتوقعة وهى ان $m = m'$

ويجب مراعاة انه اذا كانت m' هى المعلومة ويراد ايجاد m علينا ان نبدأ بالعلاقة التالية:

$$(1 - \frac{v^2}{c^2}) = \frac{(1 - v'^2/c^2)(1 - u^2/c^2)}{(1 + uv_x/c^2)} \quad \ldots(4\text{-}25)$$

$$\therefore \frac{(1 - v'^2/c^2)}{(1 - v^2/c^2)} = \frac{(1 + uv_x/c^2)^2}{(1 - u^2/c^2)}$$

$$\therefore \frac{m}{m'} = \frac{(1 + uv'_x/c^2)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$\therefore \quad m = m' \frac{(1 + uv'_x/c^2)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \qquad \ldots(4\text{-}26)$$

معادلات التحويل لكمية التحرك الخطي :

كمية التحرك الخطى P لجسيم كتلته النسبية m يتحرك بسرعة v بالنسبة لمشاهد مستقر فى نفس النظام تعطى بالعلاقة :

$$\bar{p} = m\,\bar{v} = \frac{m_o\,\bar{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad \ldots(4\text{-}27)$$

اى أن

$$p_x = m\,v_x = \frac{m_o\,v_x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$p_y = mv_y = \frac{m_o\,v_y}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$p_z = m\,v_z = \frac{m_o\,v_z}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

ولتحويل هذه المركبات من النظام S الى النظام S' الذى يتحرك بالنسبة للنظام S بسرعة نسبية u نستخدم علاقات التحويل الخاصة بكل من مركبات السرعة (3-18) والكتلة النسبية (4-23) . (4-26) كما يلى :

$$p_x = m\,v_x = \frac{m'(1 + uv'_x/c^2)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \cdot \frac{v'_x + u}{(1 + uv'_x/c^2)}$$

$$\therefore \quad p_x = \frac{m' v'_x + m' u}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$\therefore \quad p_x = \frac{p'_x + u m'}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \qquad \dots (4\text{-}28)$$

وكذلك

$$p_y = m v_y = \frac{m'(1 + uv_x'/c^2)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \cdot \frac{v'_y\sqrt{1 - u^2/c^2}}{(1 + uv'_x/c^2)} = m' v'_y$$

$$\therefore \quad p_y = p'_y \qquad \dots (4\text{-}28)$$

وبالمثل نجد ان

$$p_z = p'_z \qquad \dots (4\text{-}28)$$

ومعادلات التحويل العكسية لكمية التحرك الخطى نحصل عليها من المعادلات (4-28) باستبدال السرعة النسبية u بالسرعة u- وهذا يعطى المعادلات الآتية :

$$p'_x = \frac{p_x - um}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \qquad \dots (4\text{-}29)$$

$$p'_y = p_y \qquad \dots (4\text{-}29)$$

$$p'_z = p_z \qquad \dots (4\text{-}29)$$

القوة في ميكانيكا أينشتاين النسبية :

بالمثل كما فى نسبية نيوتن تعرف القوة فى نسبية أينشتاين بانها معدل تغير كمية التحرك الخطى وعلى

ذلك فان :

$$\bar{F} = \frac{dp}{dt} = \frac{d}{dt}(m\bar{v}) = \frac{d}{dt}\left[\frac{m_o \cdot \bar{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right]$$

$$\therefore \bar{F} = \frac{m_o}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \cdot \dot{\bar{v}} + \frac{m_o\ (\bar{v}.\dot{\bar{v}})\ /\ c^2}{\left[\sqrt{1 - v^2/c^2}\right]^3}\ \bar{v} \quad \cdots (4\text{-}30)$$

المعادلة الأخيرة توضح ان قيمة القوة هى محصلة متجهين احدهما يوازى العجلة $\dot{\bar{v}}$ والآخر يوازى السرعة $\bar{v}$.

ويلاحظ ان متجه القوة يوازى متجه العجلة $\dot{\bar{V}}$ فى الحالتين الآتيتين :

(١) عندما يكون متجه العجلة $\dot{\bar{v}}$ عموديا على متجه السرعة $\bar{v}$ ففى هذه الحالة يكون $(\bar{v}.\dot{\bar{v}}) = 0$ وهذا يعطى :

$$\bar{F} = \frac{m_o}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\ \dot{\bar{v}} \quad \cdots (4\text{-}31)$$

(٢) عندما تكون العجلة $\dot{\bar{V}}$ توازى متجه السرعة $\bar{V}$ سواء فى نفس الاتجاه او فى اتجاهين متضادين ففى هذه الحالة يكون $m_0\,(\bar{V}.\dot{\bar{V}})\ \bar{V} = m_0\ V^2\dot{\bar{V}}$

وياخذ المقدار $\dfrac{m_o}{(1 - \frac{v^2}{c^2})^{\frac{3}{2}}}$ مشتركا بين الحدين الاول والثانى فى المعادلة نحصل على :

(4-30) نحصل على :

$$\bar{F} = \frac{m_o}{\left[1 - \frac{v^2}{c^2}\right]^{3/2}} \cdot \left[\ (1 - \frac{v^2}{c^2}) + \frac{v^2}{c^2}\ \right] \dot{\bar{v}}$$

$$\overline{P} = \frac{m_o}{\left[1 - \frac{v^2}{c^2}\right]^{3/2}} \overline{v} \qquad \ldots (4\text{-}32)$$

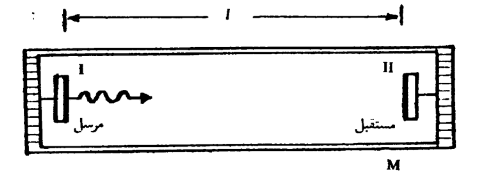
فى المعادلة (4-30) المقدار $\frac{m_o}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ يسمى الكتلة المستعرضة للجسم **transverse mass**

والمقدار $m_o/(1 - \frac{v^2}{c^2})^{3/2}$ فى المعادلة (4-32) يسمى الكتلة الطولية للجسم **longitudinal mass**

تكافؤ الطاقة والكتلة : Mass-Energy Equivalence

فى عام ١٨٩٤ ، اثبت العالم ليبديف Lebedev ان اى طاقة إشعاعية كهرومغناطيسية قدرها E تحمل معها فى اتجاه انتشارها كمية تحرك خطى $\overline{P}$ مقدارها E/c وهذه النتيجة الفيزيائية الاساسية ادت بالعالم أينشتاين الى تصور تجربة افتراضية ادت به الى اكتشاف التكافؤ بين الطاقة والكتلة،وبت بالتجربة العملية فيما بعد حقيقة هذا التكافؤ وبالتالى كان له تطبيقات عديدة سنسرد بعضها فيما بعد .

تصور أينشتاين وجود مرسل ومستقبل للانبعاعات الكهرومغناطيسية مثبتتين تماما داخل صندوق مغلق باحكام كما هو موضح بالشكل أدناه :ـ



الصندوق معزول تماما عن اى مؤثرات خارجية ، ونفرض ان كتلة الصندوق الكلية بما فيه تساوى M وان المسافة بين المرسل والمستقبل L لنفرض ان ومضة اشعاعية كهرومغناطيسية انبعثت

من المرسل طاقتها E فى اتجاه المستقبل .

معنى ذلك انه بعد فترة زمنية $t = \frac{L}{c}$ تصل تلك الومضة الى المستقبل الذى يمتصها تماما .

وحيث ان الومضة تحمل معها كمية تحرك $p = \frac{E}{c}$ فى اتجاه المستقبل فالمفروض ان يرتد الصندوق باكمله فى الاتجاه المضاد مسافة ولتكن x .

وتكون كمية التحرك الخطى المقابلة لهذا الارتداد تساوى $M . \frac{x}{t}$ وهذا بالتالى معناه تحرك مركز الثقل لهذا الصندوق فى اتجاه الارتداد .

وبما ان الصندوق معزول تماما عن اى مؤثرات خارجية فلذا فهذه الازاحة x لن تحدث،ولتفسير ذلك تصور أينشتاين ان الومضة الاشعاعية E عند انبعاثها تحمل معها كتلة m بحيث يكون تحركها الخطى تجاه المستقبل تساوى وتضاد كمية التحرك الخطى للصندوق باكمله فى اتجاه الارتداد اى ان :

$$p = M . \frac{x}{t} = m . \frac{L}{t} = \frac{E}{c}$$

لان الكتلة الاشعاعية m تنطلق بسرعة الضوء c .

$$\therefore \quad m \frac{L}{t} = \frac{E}{c}$$

$$\therefore \quad m \frac{c.t}{t} = \frac{E}{c}$$

$$\therefore \quad mc^2 = E \qquad \ldots \qquad (4\text{-}33)$$

$$\& \quad \Delta m.c^2 = \Delta E \qquad \ldots \qquad (4\text{-}34)$$

المعادلة (4-33) توضح انه اذا كان لدينا كتلة m فانها تكافىء قدرا من الطاقة E يساوى حاصل ضرب الكتلة × مربع سرعة الضوء .

طاقة الحركة النسبية : Relativistic Kinetic Energy

من التعريف العام لطاقة الحركة وبفرض ان الدقيقة بدأت حركتها من السكون

$$T = \int_0^S \overline{F} . \overline{ds} = \int_0^t \frac{d}{dt} (mv) v dt = \int_0^v v.d(mv)$$

نكامل بالتجزىء فنحصل على :

$$T = \Big[\; m\,v^2 \;\Big] - \int_0^v m\,v\,dv = m\,v^2 - \int_0^v \frac{m_o v\; dv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$= m\,v^2 - \int_0^v \frac{(-\tfrac{1}{2}\, m_o c^2)\,.\,(-\frac{2v}{c^2}\,dv)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$= m\,v^2 + \tfrac{1}{2}\, m_o c^2 \int_0^v \frac{(-\frac{2v}{c^2}\,dv)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

وبما ان البسط يمثل تفاضل ماتحت الجذر فان التكامل يعطى ضعف الجذر اى أن :ـــ

$$T = m\,v^2 + \tfrac{1}{2}\, m_o c^2 \Big[\; 2\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \;\Big]_0^v$$

$$= m\,v^2 + m_o c^2 \Big[\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} - 1\Big]$$

$$= \frac{m_o v^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + m_o c^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} - m_o c^2$$

$$= \frac{m_o v^2 + m_o c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_o c^2$$

$$\therefore T = m_o c^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right] \quad \ldots (4\text{-}35)$$

المعادلة الأخيرة تمثل التعبير الرياضى عن طاقة الحركة النسبية فى النظرية النسبية لأينشتاين.

والمعادلة الأخيرة يمكن ان تكتب على الصورة الآتية :

$$T = mc^2 - m_o c^2 \quad (4\text{-}36)$$

حيث ان mc^2 تسمى الطاقة الكلية او الطاقة النسبية ويرمز لها بالرمز E . $m_o c^2$ تسمى طاقة الكتلة الساكنة او الطاقة الساكنة ويرمز لها بالرمز E_o

$$\therefore \quad mc^2 - m_o c^2 = E - E_o$$

$$\therefore \quad (m - m_o)c^2 = \Delta E$$

$$\therefore \quad \Delta m \, c^2 = \Delta E \quad \ldots (4\text{-}34)$$

وهذه هى نفس العلاقة بين الطاقة والكتلة التى سبق استقاقها .

معادلات تحويل الطاقة الكلية : Total-Energy Transformation Equations:

علمنا ان الطاقة الكلية فى النظام S تعطى بالعلاقة:

$$E = mc^2 \quad \ldots (4\text{-}33)$$

ولإيجاد معادلة التحويل التى تربط بين الطاقة فى النظام S والطاقة E' كما يعينهـا المشاهـد فى النظام S' تطبق معادلات تحويل الكتلة التى سبق استنباطها (4-24) على المعادلة رقم (4-33) علما بان سرعة الضوء واحدة c للجميع • وهذا يعطى :

$$E = mc^2 = \frac{m'\left(1 + u\, v'_x / c^2\right)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{m'c^2 + u\, m'\, v'_x}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$\therefore E = \frac{E' + u\, p'_x}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad \ldots \quad (4\text{-}37)$$

وبالمثل يمكن الحصول على العلاقة الآتية :

$$E' = \frac{E - u\, p_x}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad \ldots \quad (4\text{-}38)$$

المعادلتان الاخيرتان هما المعادلتان المستخدمتان لتحويل الطاقة من نظام لآخر •

مثال : (4-1)

احسب طاقة الكتلة الساكنة للالكترون معبرا عنها بالالكترون فولت علما بان :

كتلة الالكترون الساكن $= m_0 = 9.1 \times 10^{-31}$ kg

شحنة الالكترون $= e = 1.6 \times 10^{-19}$ Coulomb

الحل :

طاقة الكتلة الساكنة للالكترون هى :

$$m_0c^2 = (9.1 \times 10^{-31}\ \text{kg}).\ (3 \times 10^8\ \text{m/sec.})^2 = 81.9 \times 10^{-15}\ \text{Joule}$$

$$= \frac{81.9 \times 10^{-15} \text{ Joule}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ Joule/electron volt}} = 0.512 \times 10^{6} \text{ ev}$$

$\therefore \; m_0c^2 = 0.512$ Mev (Million Electron Volt)

اى ان طاقة الكتلة الساكنة للالكترون m_0c^2 تساوى ٠,٥١٢ مليون الكترون فولت ٠

مثال : (4-a)

اوجد قيمة $\frac{v}{c}$ لالكترون بحيث تكون طاقته الحركية مساوية لطاقة الكتلة الساكنة له m_0c^2

الحل :

الطاقة الحركية النسبية تعطى بالعلاقة :-

$$T = \frac{m_oc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_oc^2$$

بما ان المطلوب ان يكون $T = m_oc^2$ فبالتعويض نحصل على :

$$m_oc^2 = \frac{m_oc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_oc^2$$

$$\therefore 2m_oc^2 = \frac{m_oc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\therefore 2\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 1$$

$$\therefore \quad 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \quad \frac{v^2}{c^2} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \quad \frac{v}{c} = \frac{1.732}{2} = 0.866$$

مثال (4-3)

تم تعجيل الكترون من السكون بواسطة مجال كهربى ناتج عن فرق جهد قدره V فولت،استنتج علاقة تربط بين سرعة الالكترون v وفرق الجهد V ثم احسب هذه السرعة عندما تكون V تساوى

أ ـ ۱۰۰۰ فولت (1000 volts)

ب ـ ۱۰ فولت ۱۰^٦ فولت (10^6 volts)

الحل :

$$\text{Total Energy} = m_o c^2 + eV = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{m_o c^2}{m_o c^2 + eV}$$

$$\therefore \quad \frac{v^2}{c^2} = 1 - \left[\frac{m_o c^2}{m_o c^2 + eV} \right]^2$$

$$\therefore \quad v = c\sqrt{1 - \left(\frac{m_o c^2}{m_o c^2 + eV} \right)^2}$$

وفى المثال السابق علمنا ان $m_0c^2 = 0.512$ Mev

ـ اذن سرعة الالكترون v عندما يكون فرق الجهد V = ١٠٠٠ فولت تعطى من العلاقة السابقة كالآتى :

$$v = c\sqrt{1 - \left(\frac{0.512}{0.512 + 0.001}\right)^2}$$

$$= c\sqrt{1 - \left(\frac{0.512}{0.513}\right)^2}$$

$$= c\sqrt{1 - (0.9981)^2}$$

$$= c\sqrt{1 - 0.9961}$$

$$\therefore v = c\sqrt{0.0039}$$

$$= 0.0624\ c$$

ب ـ عندما يكون فرق الجهد V = ١٠^٦ فولت

يكون eV = ١٠^٦ الكترون فولت = ١ مليون الكترون فولت وتكون السرعة

$$v = c\sqrt{1 - \left(\frac{0.512}{0.512 + 1.0}\right)^2}$$

$$= c\sqrt{1 - (0.3386)^2}$$

$$= c\sqrt{1 - 0.1147} = c\sqrt{0.8853}$$

$$\therefore v = 0.9409\ c = 0.941\ c$$

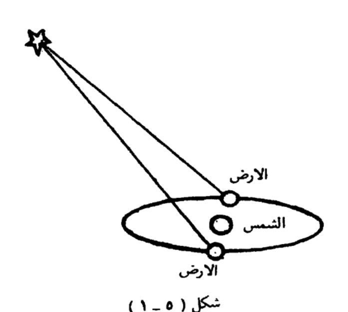
الباب الخامس

بعض ظواهر الإشعاع الكهرومغناطيسي والنظرية النسبية

بعض ظواهر الاشعاع الكهرومغناطيسي والنظرية النسبية

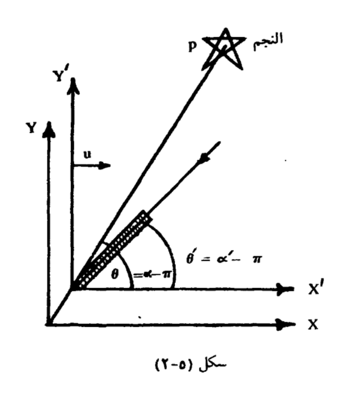
١- تفسير ظاهرة الزيغ الضوئي في ضوء النظرية النسبية الخاصة :-

لاحظ العالم برادلى ١٧٢٥ ان النجوم فى السماء تتحرك على مدار السنة حركة ظاهرية . وهذا يرجع الى ان اتجاه شعاع الضوء القادم من نجم مايعتمد على سرعة الارض بالنسبة للنجم . وهذه الحركة الظاهرية هى مايسمى بالزيغ الضوئى .

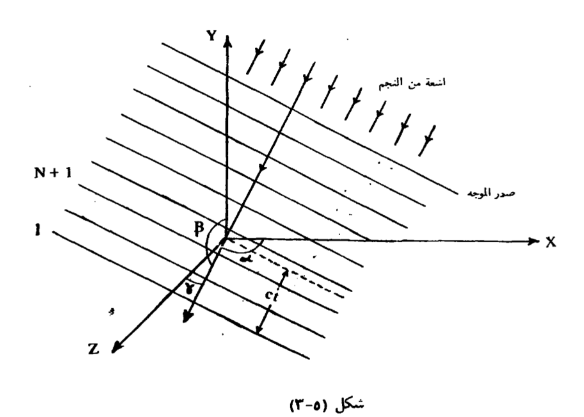


شكل (٥ ـ ١)

الحركة الظاهرية للنجم نتيجة حركة الشمس



سكل (٥-٢)



شكل (٥-٣)

وفى شكل (٥ ـ ٢) يمثل P احد النجوم الثابتة α تمثل الزاوية بين اتجاه شعاع الضوء القادم من النجم واتجاه المحور السينى X فتكون الزاوية θ هى زاوية رصد النجم اذا لم تؤخذ حركة الارض فى الاعتبار ٠

اما اذا اخذنا حركة الارض فى الاعتبار فان الزاوية التى يرصدها المشاهد لموضع النجم (بواسطة التلسكوب) لاتكون مساوية فى الواقع للزاوية θ بل يحصل المشاهد على قيمة اخرى لها θ' تختلف عن θ كما هو موضح فى شكل(٥-٢) ولتكن α' هى الزاوية فى النظام S' التى تقابل الزاوية α فى النظام S ،وواضح ان $\alpha' + \theta' = \alpha + \theta = \pi$

وفيما يلى نبدأ باستنتاج معادلات تحويل جيوب التمام الاتجاهية تبعا للنظرية النسبية : فى شكل (٥-٣) يمثل المستوى رقم (١) صدر الموجة المستوية التى عبرت نقطة الاصل عند اللحظة t=0. المستوى رقم (٢) يمثل صدر الموجه المستوية التى عبرت نقطة الاصل بعد الاولى بزمن يساوى الزمن الدورى $T = \frac{\lambda}{c}$ ، المستوى رقم (٣) يمثل صدر الموجة المستوية التى عبرت نقطة الاصل بعد الاولى بزمن يساوى ضعف الزمن الدورى $2T = 2\frac{\lambda}{c}$ وهكذا ٠

اى ان صدر الموجة رقم (N + 1) يعبر نقطة الاصل بعد زمن قدره N T

وحيث ان المتجه العمودى على اى مستوى يمثل بالمعادلة الآتية :

$$\bar{r} = \bar{c}\,t = L\bar{x} + m\,\bar{y} + n\,\bar{z} \qquad ...(5\text{-}1)$$

حيث L ، m ، n هى جيوب التمام الاتجاهية Direction cosines وتعرف بأنها

$$\ell = \cos\alpha \;,\; m = \cos\beta \;,\; n = \cos\gamma \qquad ...(5\text{-}2)$$

حيث α الزاوية المحصورة بين اتجاه العمود على صدر الموجة والمحور السينى X-axis ، β الزاوية المحصورة بين اتجاه العمود على صدر الموجة والمحور الصادى y-axis ، γ الزاوية المحصورة بين اتجاه العمود على صدر الموجة والمحور العينى z-axis ، فاذا فرضنا ان t هى الفترة الزمنية التى مرت منذ لحظة عبور صدر الموجة رقم (١) نقطة الاصل فان المعادلة العامة التى تمثل المسافة العمودية على صدر الموجة رقم (N + ١) فى النظام S تكتب على الصورة :

$$\ell x + m y + n z = c t - c N T$$

اى ان

$$\ell x + my + nz = c\,(t - NT) \qquad \text{في النظام S} \quad ..(5\text{-}3)$$

المفروض فى النظام S^1 ان تاخذ هذه المعادلة الصورة العامة الآتية :

(5-4) .. فى النظام S^1 $\qquad \ell' x' + m'y' + n'z' = c\,(t' + N\,T')$

نطبق معادلات تحويلات الاحداثيات النسبية على احدى هاتين المعادلتين ولتكن الاولى فنحصل على :

$$\ell \frac{x' + ut'}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} + my' + nz' = c\left[\frac{(t' + ux'/c^2)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} - NT\right]$$

وباعادة الترتيب نكتب على الصورة الآتية :

$$\frac{(\ell - \frac{u}{c})}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} x' + m\,y' + n\,z' = c\left[\frac{(1 - \frac{\ell u}{c})}{(1 - \frac{u^2}{c^2})^{\frac{1}{2}}} t' - NT\right]$$

$$\therefore \quad \frac{(\ell - u/c)}{(1 - \ell u/c)} x' + \frac{m\sqrt{1 - u^2/c^2}}{(1 - \ell u/c)} y' +$$

$$+ \frac{n\sqrt{1 - u^2/c^2}}{(1 - \ell u/c)} z' = c\left[t' + N\frac{T\sqrt{1 - u^2/c^2}}{(1 - \ell u/c)}\right]$$

..(5-5)

المعادلة (5-5) يجب ان تكافىء المعادلة المماثلة (5-4) فى النظام S^1 لذا فان معاملات x^1 تكون متساوية وبالمثل بالنسبة لمعاملات باقى الاحداثيات y^1, z^1, t^1

وعلى ذلك فان :

$$\ell' = \frac{(\ell - \frac{u}{c})}{(1 - \ell u/c)} \qquad \ldots(5\text{-}6)$$

$$m' = \frac{m\sqrt{1 - u^2/c^2}}{(1 - \frac{\ell u}{c})} \quad ...(5-7)$$

$$n' = \frac{n\sqrt{1 - u^2/c^2}}{(1 - \frac{\ell u}{c})} \quad ...(5-8)$$

$$T' = \frac{T\sqrt{1 - u^2/c^2}}{(1 - \frac{\ell u}{c})} \quad ...(5-9)$$

وهذه المعادلات تؤدى بنا الى تفسير الزيغ الضوئى اى ايجاد المعادلة الخاصة بالزاوية θ' ففى الشكل (٥ ـ ٢) تتضح العلاقات الآتية :

$$\ell = \cos \alpha = \cos(\pi + \theta) = -\cos\theta \quad ...(5-10)$$

$$\ell' = \cos \alpha = \cos(\pi + \theta') = -\cos\theta' \quad ...(5-11)$$

وبالتعويض عن ℓ، ℓ' فى المعادلة (5-6) نحصل على :

$$\cos\theta' = \frac{\cos\theta + \frac{u}{c}}{1 + \frac{u}{c}\cos\theta} \quad ...(5-12)$$

واذا تذكرنا العلاقة العامة بين ظل اى زاوية وجيب تمامها وهى :

$$\tan\theta' = \sqrt{1 - \cos^2\theta'} \,/\, \cos\theta' \quad ...(5-13)$$

فان المعادلة(5-12)يمكن ان تكتب على الصورة الآتية :

$$\tan\theta' = \frac{\sin\theta\sqrt{1 - u^2/c^2}}{(\cos\theta + \frac{u}{c})} \quad ...(5-14)$$

تمثل المعادلة (5-12) او المعادلة (5-14) التعبير الرياضى لظاهرة الزيغ لضوء النجوم تبعا للنظرية النسبية الخاصة وهو يختلف عن التعبير المقابل المشتق على اساس الميكانيكا التقليدية Classical Mechanics

بالمعامل $\sqrt{1 - u^2/c^2}$ فقط

كما يتضح ايضا من هاتين المعادلتين ان الزاوية θ' اقل من الزاوية θ على اساس قياس تلك الزوايا بالنسبة للاتجاه الافقى ٠

٢ ـ تفسير ظاهرة دوبلر (Doppler Effect) في ضوء النظرية النسبية

ظاهرة دوبلر هى ظاهرة تغير تردد الحركة الموجية بالنسبة لمشاهد نتيجة لوجود حركة نسبية خطية منتظمة وسرعتها u بينه وبين منبع تلك الحركة الموجية وموازية للمحاور السينية كالمعتاد وقد ثبت ان لهذه الظاهرة تطبيقات عملية على جانب كبير من الاهمية مثال ذلك :

أ ـ تعيين سرعة النجوم ٠
ب ـ تعيين درجة حرارة غاز ٠
جـ ـ تعيين مستويات الطاقة النووية ٠
د ـ المساعدة فى دراسة التركيب البلورى ٠

والآن نحاول ان نستنتج العلاقة التى تعطى هذا التغير اى التى تربط بين التردد الحقيقى للموجة والتردد كما يرصده المشاهد ٠ وسنستعين فى ذلك بالعلاقة (5-9) التى توصلنا اليها عند دراسة الزيغ الضوئى والتى تربط بين الزمن الدورى T الحقيقى للحركة الموجية والزمن الدورى T' الظاهرى لنفس الحركة كما يرصده المشاهد ٠ ويتضح الاستنتاج فيما يلى :

$$T' = \frac{T\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{\left(1 - \frac{l u}{c}\right)} \qquad \ldots(5-15)$$

فى هذه العلاقة لدينا :

$$T' = \frac{1}{\nu'} \quad , \quad T = \frac{1}{\nu}$$

حيث ν التردد الحقيقى ، ν' التردد الظاهرى ٠

وحيت ان هذه الظاهرة عامة لجميع الحركات الموجية ٠ لذا فمن المناسب ان نستبدل فى المعادلة سرعة الحركة الموجية الضوئية "c" الموجودة فى المقام بالرمز w الذى يرمز لسرعة الحركة الموجية بوجه عام ٠

اما معامل لورنتز $\sqrt{1 - u^2/c^2}$ فيبقى كما هو لانه يمثل معامل الربط بين النظامين S, S' كالمعتاد ٠

كما ان جيب التمام الاتجاهى يستبدل بالعلاقة :

$$l = \cos \alpha = \frac{\bar{u} \cdot \bar{w}}{uw} \qquad ...(5\text{-}16)$$

وعلى ذلك تأخذ العلاقة (5-15) الصورة الآتية :

$$\nu' = \frac{\nu \left(1 - \frac{\bar{u} \cdot \bar{w}}{uw} \cdot \frac{u}{w}\right)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$\therefore \nu' = \frac{\nu \left(1 - \frac{\bar{u} \cdot \bar{w}}{w^2}\right)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{\nu \left(1 - \frac{u}{w} \cos \alpha\right)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \qquad ...(5\text{-}17)$$

وهذه هى المعادلة العامة لظاهرة دوبلر تبعا للنظرية النسبية الخاصة ٠

وفى الحالة الخاصة التى يكون فيها الخط الواصل بين المنبع والمشاهد موازيا للمحاور السينية OX, OX'

فاذا كان المنبع والمشاهد يقتربان من بعضهما تصبح

$$l = \cos \alpha = \cos 180^{\circ} = -1 \qquad ...(5\text{-}18)$$

وتصبح العلاقة كما يلى :

$$\nu' = \frac{\nu\left(1 + \frac{u}{w}\right)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \qquad \ldots(5\text{-}19)$$

وبالنسبة لموجات الضوء المنتشرة فى الفراغ يكون $w = c$
وتكون العلاقة على الصورة التالية :

$$\nu' = \frac{\left(1 + \frac{u}{c}\right)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \nu \frac{\sqrt{1 + \frac{u}{c}}}{\sqrt{1 - \frac{u}{c}}} \qquad \ldots(5\text{-}20)$$

ومنه يتضح ان التردد ν' اكبر من التردد ν

اما اذا كان المنبع والمشاهد يبتعدان عن بعضهما فان :

$$t = \cos \alpha = \cos 0^\circ \qquad \ldots(5\text{-}21)$$

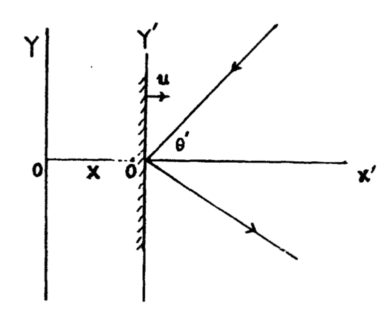
وتصبح العلاقة على الصورة :

$$\nu' = \frac{\left(1 - \frac{u}{c}\right)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{\sqrt{1 - \frac{u}{c}}}{\sqrt{1 + \frac{u}{c}}} \qquad \ldots(5\text{-}22)$$

اى ان ν' اقل من ν .

٣- انعكاس الضوء بواسطة مرآة متحركة :

Reflection of Light by a Moving Mirror



فى الشكل نفرض ان المرآة المستوية MM مثبتة فى النظام S' بحيث ينطبق سطحها العاكس على المستوى y'-z' ونفرض ان النظام S' يتحرك بالنسبة للنظام S بسرعة نسبية خطية منتظمة u وهذا معناه ان المرآة تبدو متحركة بالنسبة للمشاهد O بسرعة نسبية u.

نتصور شعاعا ضوئيا AO يسقط على المرآة M بزاوية سقوط θ' فى النظام S' وانعكس عند O فى الاتجاه (OB) وتكون زاوية انعكاسه عن المرآة M المستقرة فى S' تساوى θ' تبعا لقوانين الانعكاس المعتادة .

والسؤال الآن ماهى قيمة كل من زاوية السقوط والانعكاس لنفس هذا الشعاع بالنسبة لمشاهد "O" مستقر فى النظام S وماهى قيمة الطول الموجى لهذا الضوء بالنسبة لنفس المشاهد "O" ؟

ويسهل الإجابة على هذا السؤال باستخدام العلاقات (5-12) ,(5-14) التى تم استنتاجها عند دراستنا لظاهرة الزيغ الضوئى (Light Aberration) وظاهرة تأثير دوبلر (Doppler Effect) ويتضح ذلك فيما يلى : -

أولا : أ- بالنسبة للشعاع الساقط :

زاوية السقوط فى النظام S' حسب التعريف المتفق عليه لقياس الزاوية ستكون $(\pi + \theta')$

ولتكن زاوية السقوط كما يسجلها المشاهد "O" المستقر فى النظام S هى $(\pi + \theta_1)$

وبتطبيق العلاقة :

$$\ell' = \frac{\ell - \frac{u}{c}}{1 - \ell \frac{u}{c}} \qquad \ldots(5\text{-}6)$$

حيث :ــ

$$l' = \cos(\pi + \theta') = -\cos\theta' \,,\; l = \cos(\pi + \theta_1) = -\cos\theta_1$$

فنحصل على :

$$-\cos\theta' = \frac{-\cos\theta_1 - \frac{u}{c}}{1 + \frac{u}{c}\cos\theta_1}$$

$$\therefore \cos\theta' = \frac{\cos\theta_1 + \frac{u}{c}}{1 + \frac{u}{c}\cos\theta_1} \qquad \ldots(5\text{-}23)$$

وبتطبيق العلاقة :

$$\tan\theta' = \frac{\sqrt{1 - \cos^2\theta'}}{\cos\theta'}$$

نصل الى :

$$\tan\theta' = \frac{\sin\theta_1 \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{\left(\cos\theta_1 + \frac{u}{c}\right)} \qquad \ldots(5\text{-}24)$$

ب ـ بالنسبة للشعاع المنعكس :ــ

زاوية الانعكاس فى النظام S' حسب التعريف المتفق عليه لقياس الزاوية تكون $(2\pi - \theta')$.

ولتكن زاوية الانعكاس كما يسجلها المشاهد "O" فى النظام S هى : $(2\pi - \theta_2)$.

ومرة أخرى بتطبيق العلاقة :

$$l' = \frac{l - \frac{u}{c}}{1 - l\frac{u}{c}}$$

حيث :

$$l' = \cos(2\pi - \theta') = \cos\theta'$$

$$l = \cos(2\pi - \theta_2) = \cos\theta_2$$

نحصل على :

$$\cos\theta' = \frac{-\cos\theta_2 - \frac{u}{c}}{1 - \frac{u}{c}\cos\theta_2} \qquad \ldots(5-25)$$

وبتطبيق العلاقة (5-25) يمكن كتابة المعادلة الأخيرة على الصورة :

$$\tan\theta' = \frac{\sin\theta_2\sqrt{1 - u^2/c^2}}{\left(\cos\theta_2 - \frac{u}{c}\right)} \qquad \ldots(5-26)$$

وهكذا يتضح ان العلاقة بين زاوية السقوط θ_1 وزاوية الانعكاس θ_2 كما يرصدها المشاهد المستقر فى النظام S والذى تتحرك المرآة M بالنسبة له بسرعة u هى :

$$\frac{\sin\theta_1}{\cos\theta_1 + \frac{u}{c}} = \frac{\sin\theta_2}{\cos\theta_2 - \frac{u}{c}} \qquad \ldots(5-27)$$

وفيها يلاحظ انه بوضع $u = 0$ نصل الى قانون الانعكاس المعروف $(\theta_1 = \theta_2)$

ثانيا : بالنسبة للطول الموجى للاشعة الساقطة والمنعكسة كما يرصدها المشاهد المستقر فى النظام S يمكن حسابه بتطبيق العلاقة :

$$\nu' = \frac{\nu\left(1 - \frac{\bar{w}\cdot\bar{u}}{w^2}\right)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \qquad \ldots(5-28)$$

وبالتعويض عن كل من ν ، ν' وبوضع $w = c$ لموجات الضوء نحصل على :

$$\frac{c}{\lambda'} = \frac{c}{\lambda}\cdot\frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}\cdot\left(1 - \frac{\bar{c}\cdot\bar{u}}{c^2}\right)$$

$$\therefore \quad \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{\left[1 - \frac{\bar{c}.\bar{u}}{c^2} \right]}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \qquad \ldots(5\text{-}29)$$

بالنسبة للشعاع الساقط يكون :

$$\bar{c} . \bar{u} = c\,u \cos(\pi + \theta_1) = -c\,u \cos\theta_1$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda'} = \frac{\left(1 + \frac{c\,u}{c^2}\cos\theta_1\right)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$= \frac{\left(1 + \frac{u}{c}\cos\theta_1\right)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \qquad \ldots(5\ \text{-}30)$$

وبالنسبة للشعاع المنعكس يكون:

$$\bar{c}.\bar{u} = c\,u \cos(2\pi - \theta_2) = c\,u \cos\theta_2$$

$$\therefore \frac{\lambda_2}{\lambda'} = \frac{\left(1 - \frac{u}{c}\cos\theta_2\right)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \qquad \ldots(5\ \text{-}31)$$

من ذلك يتضح ان العلاقة بين λ_1, λ_2 هى :

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\left(1 + \frac{u}{c}\cos\theta_1\right)}{\left(1 - \frac{u}{c}\cos\theta_2\right)} \qquad \ldots(5\ \text{-}32)$$

حيث θ_1 , θ_2 تربطهما العلاقة (5-27) •

تأثير كمبتون : Compton Effect

اكتشف هذه الظاهرة العالم الامريكى كومبتون عام ١٩٢٢ م أثناء دراسته لاستطارة الاشعة السينية بواسطة مواد مختلفة • وهذه الظاهرة تمثل برهانا تجريبيا للخاصية الجسيمية للاشعاع الكهرومغناطيسى • ولكن يعنينا فيما يلى أن نوضح كيفية تفسير هذه الظاهرة فى ضوء قوانين النظرية النسبية الخاصة •

وتبعا لهذه الظاهرة فقد وجد أن الطول الموجى للاشعاع المستطار الناتج من اصطدام الاشعاع الاصلى بالهدف تعتمد على زاوية الاستطارة ولأى قيمة لهذه الزاوية وجد أن λ' للاشعاع الناتج أكبر من الطول الموجى λ للاشعاع الساقط •

ويتم تفسير هذه الظاهرة على أساس ان الفوتون (الذى يمثل الاشعاع الكهرومغناطيسى) يصطدم بأحد الالكترونات المرتبطة بالذرة الأم ارتباطا ضعيفا ، وحيث ان طاقة الربط بين هذا الالكترون وذرته تكون صغيرة جدا بالنسبة لطاقة الفوتون المصطدم به فانه يمكن اعتبار ان هذا هو تصادم بين فوتون والكترون حر.

لنفرض أن طاقة فوتون الاشعاع الساقط هو $h\nu$ حيث ν تردد الاشعاع الساقط وبعد اصطدامه يتحرك فى اتجاه θ بالنسبة للاتجاه الأصلى للاسعة الساقطة كما هو مبين بالشكل • ويستطير فى جميع الاتجاهات ولتكن طاقة فوتون الاشعاع المستطير هى $h\nu'$ بينما يرتد الالكترون بطاقة كلية لتكن E وبحيث تكون كمية تحركه هى $\bar{p}_e$ •

وبتطبيق قانون بقاء الطاقة وكذلك قانون بقاء كمية التحرك الخطى نحصل على :

$$h\nu + m_o c^2 = h\nu' + \sqrt{p_e^2 c^2 + m_o^2 c^4} \quad ...(5-33)$$

$$\bar{p}_e \cdot \bar{p}_e = p_e^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2$$

$$- 2\left(\frac{h\nu}{c}\right).\left(\frac{h'}{c}\right).\cos\theta \quad ...(5-34)$$

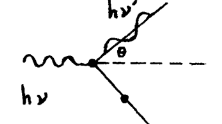
وباعادة ترتيب (5 - 33) نحصل على :

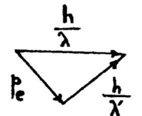
$$\sqrt{p_e^2 c^2 + m_o^2 c^4} = (h\nu + m_o c^2) - h\nu' \quad ...(5-35)$$

$$\therefore p_e^2 c^2 + m_o^2 c^4 = \left[(h\nu + m_o c^2) - h\nu' \right]^2 \quad ..(5-36)$$

$$\therefore p_e^2 c^2 = (h\nu + m_o c^2)^2 + (h\nu')^2$$

$$- 2 h\nu' (h\nu + m_o c^2) - m_o^2 c^4 \quad ..(5-37)$$





بالتعويض من المعادلة (5-34) فى المعادلة (5-37) نحصل على النتيجة التالية :

$$\frac{h\nu\nu'}{m_o c^2} \left[1 - \cos\theta \right] = \nu - \nu' \quad ...(5-38)$$

بالقسمة على $\frac{\nu\nu'}{c}$ نحصل على :

$$\frac{h}{m_o c} \left[1 - \cos\theta \right] = \frac{c}{\nu'} - \frac{c}{\nu} = \lambda' - \lambda = \Delta\lambda$$

$$\therefore \Delta\lambda = \frac{h}{m_o c} (1 - \cos\theta) \quad ...(5-39)$$

وقد وُجد ان المعادلة الأخيرة المستنتجة فى ضوء التفسير السابق ذكره تفسر تماما ما يشاهد بالتجربه ويتعلق بهذه الظاهرة ٠

مثال : (1-5)

احسب كمية التحرك الخطى لالكترون اذا تساوت طاقته الكلية مع طاقة فوتون خاص باشعاع طوله الموجى فيرمى واحد ٠

ملحوظة : ١ فيرمى = ١٠ $^{-١٥}$ مترا ٠

الحل :

طاقة الفوتون : $= h\nu = \frac{hc}{\lambda}$

طاقة الالكترون الكلية $= \sqrt{p_e^2\, c^2 + (m_o c^2)^2}$

وبما ان طاقة الفوتون تساوى طاقة الالكترون الكلية :

$$\frac{hc}{\lambda} = \sqrt{p_e^2\, c^2 + m_o^2\, c^4}$$

$$p_e^2\, c^2 = \left(\frac{hc}{\lambda}\right)^2 - m_o^2\, c^4$$

$$\therefore\ p_e^2 = \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 - m_o^2\, c^2$$

$$p_e^2 = \left(\frac{6.625 \times 10^{-34}\ \text{Joule.sec}}{1 \times 10^{-15}\ \text{metre}}\right)^2 - (9.1 \times 10^{-31}\text{Kg})^2 . (3 \times 10^{8}\ \text{m.s}^{-1})^2$$

$$p_e^2 = 43.891 \times 10^{-38} - 745.29 \times 10^{-46}$$

$$\therefore\ p_e = 6.625 \times 10^{-19}\ \text{Kg . m . s}^{-1}$$

$$\therefore T = \frac{h^2 \nu^2 (1 - \cos\theta)}{m_o c^2 + h\nu(1 - \cos\theta)} = \frac{h\nu}{\frac{m_o c^2}{h\nu(1 - \cos\theta)} + 1} \qquad \ldots (5-40)$$

من المعادلة الأخيرة يتضح أن طاقة الحركة للالكترون المرتد تصبح قيمة عظمى عندما يكون المقدار $\frac{m_o c^2}{h\nu(1 - \cos\theta)}$ اصغر مايكن،وهذا يتحقق عندما يكون المقدار $(1 - \cos\theta)$ أكبر مايكن اى عندما تكون $\theta = 180^0$ لأن $\cos 180^0 = -1$ وتصبح قيمة المقدار $(1 - \cos\theta) = 2$

ومن ذلك تكون النهاية العظمى لطاقة حركة الالكترون تساوى=

$$T_{max} = \frac{h\nu}{1 + \frac{1}{2}\frac{m_o c^2}{h\nu}} \qquad \ldots (5-41)$$

ولكن

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{0.65 \times 10^{-10}} \text{ Joules}$$

$$= \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{0.65 \times 10^{-10} \times 1.6 \times 10^{-19}} \text{ electron volts}$$

$$h\nu = 19.11 \times 10^3 \text{ electron volts}$$

$$h\nu = 0.019 \text{ Mev (Million Electron Volt)}$$

الباب السادس

الطاقة والنظرية النسبية الخاصة

الطاقة والنظرية النسبية الخاصة

فى هذا الباب سوف نستعرض بعض الظواهر الفيزيائية التى ارتبط الكشف فيها ارتباطا مباشراً بالنظرية النسبية الخاصة • وسوف نلمس من الامثلة التى سوف نتحدث عنها ان النظرية النسبية قد ساهمت فى الكشف العلمى وفهمه فى مجالات عديدة من علم الفيزياء،منها المجالات الذرية والنووية والطاقة الشمسية والاشعاع الكونى :

أ- النظرية النسبية الخاصة وظاهرة تحول الطاقة الإشعاعية الكهرومغناطيسية إلى الكترون سالب والكترون موجب (بوزيترون) :

لاحظ العالم الانجليزى ديراك Dirac علم ١٩٢٩م انه بتطبيق المعادلة

$$E^2 = c^2p^2+m_o^2c^4$$

على الالكترون فاننا بأخذ الجذر التربيعى لهذه المعادلة نلاحظ ببساطة أن :

$$E = \pm\sqrt{c^2\,p^2 + m_o^2\,c^4}$$

ولقد فسر ديراك حالة ان E موجبة بانها الحالة التى تقابل الالكترون السالب العادى كما هو معروف لدينا كأحد مكونات اى ذرة •

أما حالة ان E سالبة فهذا يقابل نتاج جسيم مضاد للالكترون السالب فيكون مثيلا له من جميع النواحي الفيزيائية ماعدا الشحنة فى الكهربية فتكون موجبة ولكن قيمتها تساوى تماما قيمة شحنة الالكترون السالب ، وهذا الجسيم هو مايسمى بالالكترون الموجب او البوزيترون Positron

والجدير بالذكر انه تم فى عام ١٩٣٢م باستخدام احدى الكاشفات النووية وهى غرفة السحابة • تم اكتشاف تولد الكترون سالب والكترون موجب معا من جراء تفاعل فوتون ذى طاقة عالية مع المجال الكهرومغناطيسى لنواة إحدى ذرات المادة التى يتحرك خلالها الفوتون • واوضحت القياسات العملية ان حقيقة ماحدث هو ان طاقة الفوتون كلها تحولت الى مادة فى صورة زوج من الجسيمات احدهما الالكترون السالب والآخر هو الالكترون الموجب، وعندئذ تكون المعادلة الآتية صحيحة :

(طاقة الكتلة النسبية للبوزيترون)+(طاقة الكتلة النسبية للالكترون)= طاقة الفوتون الاشعاعية •

$$h\nu = E_+ + E_-$$

وقد ينتج هذا التحول نتيجة تصادم فوتون والكترون بدلا من تصادم فوتون مع نواة الذرة باكملها • لذلك نحاول أن نجيب على التساؤل الآتى :

ماهى القيمة الصغرى لطاقة الفوتون اللازمة ليتم هذا التحول الى الكترون ، وبوزيترون ؟ •

ويسهل فهم الاجابة على هذا التساؤل بان نذكر ان القيمة الصغرى لطاقة الفوتون تقابل فى الحقيقة الحالة التى فيها يكون الثلاثة جسيمات الموجودة بعد التصادم (الالكترون الهدف والالكترون والبوزيتون الناتجين من التحول) مستقرة فى نظام الاحداثيات الذى يتميز بان كمية التحرك الخطى الكلية تساوى صفرا • وان كلا من هذه الجسيمات الثلاثة يكون مستقرا فى هذا النظام اى لايتحرك (حتى نضمن عدم الاحتياج لطاقة اكبر من قبل الفوتون لتزويد الالكترونيات بطاقة حركة) •

وحيث ان مثل هذا النظام يتحرك بسرعة معينة u بالنسبة لنظام الاحداثيات المستقر بالمعمل حيث تجرى التجربة • فان معنى ذلك ان طاقة الحركة للثلاثة الالكترونات تكون متساوية ومتحركة فى المعمل جميعا فى نفس الاتجاه وبنفس السرعة •

فى نظام احداثيات المعمل	فى نظام احداثيات مركز الكتلة
$e^- \; o \xrightarrow{u}$	$e^- \; o$
$e^+ \; o \xrightarrow{u}$	$e^+ \; o$
$e^- \; o \xrightarrow{u}$	$e^- \; o$

وعلى ذلك لو رمزنا لكمية التحرك الخطى لاى من الألكترونات الثلاثة بالرمز p ولطاقة الحركة لاى منها بالرمز K فان :

$$K_1 = K_2 = K_3 = K$$

وعلى ذلك يعطينا قانون بقاء الطاقة الكلية النتيجة التالية :

$$h\nu + m_0c^2 = (m_0c^2 + K) + (m_0c^2 + K) + (m_0c^2 + K)$$

$$\therefore \quad h\nu = 2\, m_0c^2 + 3\, K \qquad ...(6\text{-}1)$$

بينما يعطينا قانون بقاء كمية التحرك الخطى :

$$h\nu\, c = p + p + p = 3\, p \qquad ...(6\text{-}2)$$

ولكن لكل من الالكترونات الثلاثة تتحقق المعادلة الآتية :

$$(K + m_0c^2)^2 = p^2c^2 + m^2_0c^4 \qquad ...(6\text{-}3)$$

$$\therefore \quad p^2c^2 = (K + m_0c^2)^2 - m^2_0c^4 \qquad ...(6\text{-}4)$$

وعليه نحصل من (6-2), (6-3)

$$h\nu = 3\sqrt{K\,(K + 2\, m_0c^2)} \qquad ...(6\text{-}5)$$

وعليه نحصل من (6-1), (6-5) على:

$$3\sqrt{K\,(K + 2\, m_0c^2)} = 3\, K + 2m_0c^2$$

بحل هذه المعادلة بالنسبة لـ K نحصل على :

$$\therefore \quad K = \frac{2}{3}\, m_0c^2$$

$$\therefore \quad h\nu = 3\, K + 2\, m_0c^2 = 4\, m_0c^2 \qquad ...(6\text{-}6)$$

وهذه تمثل اقل قيمة لطاقة الفوتون حتى يتم انتاج زوج من الالكترون السالب والالكترون الموجب بعد تصادم الفوتون مع الالكترون الهدف .

ب - النظرية النسبية الخاصة وظاهرة تحول جزء من طاقة حركة الجسيم الى مادة عند تصادم هذا الجسيم مع هدف نووى :

منذ اختراع المعجلات النووية الاولى سنة ١٩٣٢م وهى الفاندى جراف والسيكلوترون وعلماء الفيزياء النووية يحاولون دائما تعجيل الجسيمات المشحونة كهربيا لاكسابها طاقات اكبر واكبر بغرض الكشف عن جسيمات اولية جديدة تساعد على فهم التركيب النووى والقوى النووية • وفى عام ١٩٥٢م تم لاول مرة الحصول على جسيمات اولية معجلة كتلتها اكبر بكثير من كتلة الالكترون بواسطة تصادم حزمة برونونية مع اهداف بروتونية وتحول جزء من طاقة الحركة المتاحة الى مادة فى صورة ميزونات باى Mesons – π ويمثل هذا التفاعل النووى كما يلى :

Proton + Proton → Proton + Neutron + pion

اى أن : $P + P \rightarrow P + N + \pi +$

ولنحاول الآن استنتاج العلاقة التى تعطى القيمة المبدئية (Threshold Value) لطاقة حركة البروتون القادم واللازمة لتوليد ميزون باى كنتيجة لهذا التصادم • وقد يعتقد الفرد لاول وهلة ان تلك الطاقة تساوى طاقة الكتلة الساكنة لهذا الجسيم المنتج اى تساوى $m\,\pi\,c^2$ ولكن هذا غير صحيح لان معنى ذلك ان البروتون بعد التصادم يستقر فى مكانه لفقده كل طاقة حركته،وهذا غير ممكن اذ انه لايحقق قانون بقاء كمية التحرك الخطى •

وتتضح لنا هذه الحقيقة من التحليل الرياضى التالى فسنجد ان طاقة حركة البروتون القادم يجب ان تفوق بكثير طاقة الكتلة الساكنة للجسيم المنتج •

مما سبق ان اوضحناه فى معادلة (4-37) فان الطاقة الكلية لاى عدد من الجسيمات E ترتبط مع كمية التحرك الخطية الكلية P لها بالعلاقة الآتية :

$$E^2 - P^2 c^2 = \text{Invariant}$$ (ثابت غير متغير) ••• (6-7)

بصرف النظر عن كنه نظام الاحداثيات الذى تنسب اليه حركتها •

وعلى ذلك بتطبيق هذه العلاقة مرة فى نظام الاحداثيات المستقر فى المعمل (Laboratory System) قبل التصادم ومرة اخرى بتطبيقها فى نظام الاحداثيات الذى يتميز بان كمية التحرك الخطية الكلية فيه تساوى صفرا ويسمى بنظام مركز الثقل (Centre-of-Mass System)

نحصل على :

$$\left[M_p c^2 + (M_p c^2 + (K.E.)_{th})\right]^2 - (cp)^2 = \left[M_p c^2 + M_p c^2 + m\,\pi\,c^2\right]^2 - 0 \quad ...(6-8)$$

حيث الطرف الأيمن نتج عن التعويض فى المعادلة (6-7) بعد التصادم فى نظام مركز الثقل بينما الطرف الأيسر نتج عن التعويض فى نفس المعادلة (6-7) قبل التصادم فى نظام المعمل ٠ بالنسبة للبروتون القادم يمكن كتابة المعادلة الآتية :

$$c^2 P^2 = \left[M_p c^2 + (K.E.)_{th} \right]^2 - M_p^2 c^4$$

$$= (K.E.)_{th}^2 + 2 M_p c^2 . (K.E.)_{th} \qquad \ldots (6-9)$$

بالتعويض من هذه المعادلة فى المعادلة (6-8) وباستخدام القيم المعروفة لكل من M_p ، m_π

نحصل على قيمة $(K.E.)_{th}$ الآتية :

$$(K.E.)_{th} = 294 \text{ Mev.}$$

وهذه هى قيمة طاقة الحركة التى يجب ان يتحرك بها البروتون القادم حتى يتم انتاج ميزون باى $\pi-$Meson بعد تصادمه مع بترون آخر مستقر ٠

ويتضح من هذا المثال ان بروتون طاقة حركته 294 Mev قد تحول جزء من تلك الطاقة مقداره ($m_\pi c^2 = 139$ Mev) الى مادة فى صورة جسيم ميزون باى$\pi-$Mesonلم يكن موجودا قبل التصادم،اما الجزء الباقى من طاقة حركة هذا البروتون فيتم توزيعه على الثلاثة جسيمات الموجودة بعد التصادم وهى البروتون والنيترون والميزون باى فى صورة طاقة حركة لكل منها بما يحقق قانونى بقاء الطاقة الكلية وكمية التحرك الخطى الكلية ٠

ملحوظة :

عندما يكون البروتون الهدف متحركا كما هو الحال فى النيكلونات (Nucleons) داخل نوى الذرات المركبة (Composite Atomic Nuclei)فان تلك القيمة للطاقة المبدئية $(K.E.)_{th}$تنخفض الى حوالى 200 Mev نتيجة مشاركة حركة فيرمى داخل تلك النوى ٠

جـ - تحول المادة إلى طاقة :

(١) طاقة الربط النووى Nuclear Binding Energy

دلت الدراسات الدقيقة باستخدام مطياف الكتلة Mass Spectrometer أن كتلة النواة

M(A,Z) التى تحتوى على عدد Z من البروتونات وعدد N = (A − Z) من النيترونات تكون دائماأقل من المجموع الكلى لكتل تلك النيكلونات اى أن :

$$M(A,Z) < \left[Z M_p + (A - Z) M_n \right]$$

وهذا الفرق فى الكتلة تبعا لمعادلة أينشتاين الخاصة بتكافؤ المادة والطاقة وجد انه يكافىء طاقة الربط النووى اللازمة لجعل هذه النواة وحدة متكاملة ٠

اى ان :

$$\text{طاقة الربط النووى} = \left[(Z M_p + (A-Z) M_n) - M(A,Z) \right] c^2 \quad ...(6-10)$$

وهذه الطاقة بالتالى تساوى الطاقة اللازمة لتفريق مكونات تلك النواة عن بعضها خارج مدى القوى النووية (Nuclear Forces Range)

(٢) طاقة الاندماج النووى والطاقة الشمسية :

Nuclear Fusion Energy & Solar Energy.

وجد انه عندما يندمج بروتون حر مستقر مع نيوترون حر مستقر لتكوين نواة ذرة الديوتيريوم فان كتلة النواة الناتجة تكون أقل من مجموع كتلتى البروتون والنيترون وهذا الفرق فى الكتلة يساوى تماما طاقة الربط النووى للنواة الناتجة وهى الديوتيرون ويصاحب ذلك انطلاق طاقة على شكل فوتونات ٠

وقد وجد ان ظاهرة الاندماج النووى ليست قاصرة على بروتون ونيوترون،وانما تحدث عموما بين اى تركيبين نوويين اذا سمحت الظروف الديناميكية بذلك،ومن اهم الامثلة على هذا الاندماج هو مايحدث داخل الشمس،اذ من المعروف ان الطاقة الشمسية تنتج جزئيا من عملية اندماج نووى حرارى متسلسل تبعا للمعادلات الآتية :

$${}_1^1H + {}_1^1H \longrightarrow {}_1^2d + \gamma\,(h\nu) \quad ...(6-11)$$

$${}_1^2d + {}_1^2d \longrightarrow {}_2^4He + \gamma\,(h\nu) \quad ...(6-12)$$

وفى بعض الاحيان يندمج ديو تيرون $^{2}_{1}d$ مع بروتون $^{1}_{1}H$ لانتاج نظير هيليوم ـ $^{3}_{2}He$ الذى بالتالى يندمج مع بروتون اخر $^{1}_{1}H$ لانتاج نظير هيليوم ـ $^{4}_{2}He$ ويصاحب كل عملية اندماج من هذه العمليات انطلاق طاقة اشعاعية كهرومغناطيسية • وتتميز تلك الطاقة المنبعثة بانها فى النهاية ذات قدر هائل جدا • وقد حقق العلماء نموذجـا معمليا لانتـاج هذه الطاقـة فى صورة القنبلـة الهيدروجينية عام ١٩٥٥م وهذه فاقت طاقتها بكثير الطاقة النووية الناتجة عن القنبلـة الـذرية (اغسطس ١٩٤٥) المبنية على اساس ظاهرة الانشطار النووى • وعلى عكس ذلك ثبت مدى الاستفادة العظمى للاستخدامات السلمية لهذه الطاقة النووية فى مجالات الحياة المختلفـة مثـل استخدامها فى العلاج الطبى وتعقيم ادوات الجراحة وتخزين الحبوب دون تلف والكشف عن البترول والكشف عن جودة المنتجات الصناعية • الخ •



أمثلة عامة محلولة

مثال : G-1

أثبت العلاقة الآتية :

$$\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right) = \left(1-\frac{uV_x}{c^2}\right).\left(1+uV'_{x'}/c^2\right)$$

الحل :

بما أن :

$$dt' = \frac{\left(dt - \frac{u}{c^2}dx\right)}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

$$dt = \frac{\left(dt' + \frac{u}{c^2}dx'\right)}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

$$\therefore dt.dt' = \frac{dt'\left(1+\frac{u}{c^2}\frac{dx}{dt'}\right) dt\left(1-\frac{u}{c^2}\frac{dx}{dt}\right)}{\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)}.$$

$$= \frac{dt.dt'}{(1 - \frac{u^2}{c^2})} \left(1 + \frac{uV'_{x'}}{c^2} \right) \left(1 - \frac{uV_x}{c^2} \right)$$

$$\therefore (1 - \frac{u^2}{c^2}) = \left(1 + \frac{uV'_{x'}}{c^2} \right) \left(1 - \frac{uV_x}{c^2} \right)$$

مثال : G-2

أثبت العلاقة :

$$\left(1 - \frac{V'^2}{c^2} \right) = \frac{\left(1 - \frac{V^2}{c^2} \right) \left(1 - \frac{u^2}{c^2} \right)}{\left(1 - \frac{uV_x}{c^2} \right)^2}$$

الحل :

$$(V')^2 = V'^2_x + V'^2_y + V'^2_z$$

$$\therefore \quad V'^2 = \left(\frac{dx'}{dt'} \right)^2 + \left(\frac{dy'}{dt'} \right)^2 + \left(\frac{dz'}{dt'} \right)^2$$

$$\frac{V'^2}{c^2} = \frac{dx'^2 + dy'^2 + dz'^2}{c^2 \, dt'^2}.$$

$$1 - \frac{V'^2}{c^2} = \frac{c^2 \, dt'^2 - (dx'^2 + dy'^2 + dz'^2)}{c^2 \, dt'^2} \quad ..(1)$$

وبالمثل يمكن اثبات أن

$$1 - \frac{V^2}{c^2} = \frac{c^2 \, dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2)}{c^2 \, dt^2} \quad ..(2)$$

يقسم (١) ، (٢) نحصل على :

$$dt^2 / dt'^2 = \left(1 - \frac{v'^2}{c^2}\right) / \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \qquad ..(3)$$

وذلك لأن البسط كمية تتميز بخاصية عدم التغيير Invariant
أى أن البسطين متساويان ٠
ولدينا :

$$dt' = \frac{dt - \frac{u\,dx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{dt\left(1 - \frac{uV_x}{c^2}\right)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$\therefore \quad \frac{dt}{dt'} = \frac{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{\left(1 - \frac{uV_x}{c^2}\right)}$$

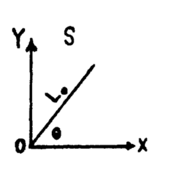
$$\frac{\left(1 - \frac{v'^2}{c^2}\right)}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)} = \frac{\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)}{\left(1 - \frac{uV_x}{c^2}\right)^2}$$

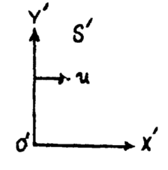
$$\therefore \left(1 - \frac{v'^2}{c^2}\right) = \frac{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)}{\left(1 - \frac{uV_x}{c^2}\right)^2}$$

مثال : (G-3)

عصا طولها ٦ أمتار موضوعة ساكنة فى نظام S وتميل على المحور الأفقى OX بزاوية $\theta = 60^\circ$ احسب طولها وميلها على المحور الأفقى بالنسبة لمشاهد مستقر فى نظام S' الذى يتحرك بسرعة خطية منتظمة قدرها 0.6c بالنسبة للنظام S وفى اتجاه يوازى المحور السينى له ·

الحل :





نفرض أن المركبة الأفقية X وأن المركبة الرأسية Y فيكون :

$$X = L_0 \cos \theta = 6 \cos 60^\circ = 6 \times \tfrac{1}{2} = 3 \text{ m}$$

$$Y = L_0 \sin \theta = 6 \sin 60^\circ = 6 \times \tfrac{1}{2}\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

بالنسبة للمشاهد المستقر فى النظام S' تكون :

$$\therefore Y' = Y = 3\sqrt{3}$$

المركبة الرأسية كما هى

المركبة الأفقية تنكمش بالمعامل

$$\sqrt{1 - u^2/c^2} = \sqrt{1 - \frac{(0.6c)^2}{c^2}}$$

$$= 0.8$$

$$X' = 0.8 L_0 \cos \theta = 0.8 X = 0.8 \times 3 = 2.4 \text{ m}$$

إذن الطول الظاهرى للعصا L كما يرصده المشاهد فى S' يساوى :

$$L = \sqrt{X'^2 + Y'^2} = \sqrt{(2.4)^2 + (3\sqrt{3})^2}$$

$$= \sqrt{32.76} = 5.72 \text{ m.}$$

ويلاحظ أن العصا تبدو له منكمشة عن طولها الحقيقى وتصنع زاوية ظلها كما يرصده المشاهد فى S' هو :

$$\tan \theta' = \frac{Y'}{X'} = \frac{3\sqrt{3}}{2.4} = 2.165 = 2.17$$

$$\therefore \quad \theta' = 65.2^{o}$$

مثال : G-4

خط سكة حديد مستقيم مثبت على أحد جانبيه فى موضع ما مصباحان من مصابيح الاشارة على عمودين خشبيين البعد بينهما ١ كيلو متر . فاذا أضاء المصباحان فى نفس الوقت على الأرض · فأوجد السرعة التى يجب أن يتحرك بها القطار بحيث يرى سائق القطار أن أحد المصباحين اضاء بالنسبة له قبل الآخر بفارق زمنى قدره ثانية واحدة ووضح أى من المصباحين اضاء بالنسبة للسائق قبل الآخر ؟

الحل :

اضاءة المصباحين كما يرصدها المشاهد المستقر على الأرض والتى نرمز لها بالنظام S ستوصف بالاحداثيات :

(x_1, t_1) بالنسبة للمصباح الأول ، (x_2, t_2) بالنسبة للمصباح الثانى · مع العلم أنه على الأرض اضاء المصباحان فى نفس اللحظة أى أن

$t_1 = t_2$ وان $dt = o$

هذان الحدثان يوصفان بالسائق المستقر فى القطار والذى نرمز له بالنظام S' بالاحداثيات :ـ

$$(x'_2 , t'_2) , \qquad (x'_1 , t'_1)$$

$$t'_1 = \frac{\left(t_1 - \frac{ux_1}{c^2} \right)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad (1) \quad , \quad t_2 = \frac{\left(t_2 - \frac{ux_2}{c^2} \right)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad (2)$$

حيث u السرعة النسبية بين القطار والأرض وهى المطلوب حسابها ·

من المعادلتين (١) ، (٢) الفرق الزمنى بين اضاءتى المصباحين ستكون :

$$(t_2' - t_1') = \frac{(t_2 - t_1) - \frac{u}{c^2} (x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

وبما أن

$$(t_2 - t_1) = 0$$

$$\therefore (t_2' - t_1') = \frac{- \frac{u}{c^2} (x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \qquad (3)$$

مطلوب جعل الفرق الزمنى $(t'_2 - t'_1)$ يساوى ثانية واحدة مع العلم أن البعد بين العمودين $(x_2 - x_1)$ يساوى كيلو متراً واحداً . وهذا يعطى:ــ

$$1 = - \frac{u}{c^2} / (1 - \frac{u^2}{c^2})^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore - \frac{u}{c^2} = (1 - \frac{u^2}{c^2})^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore \frac{u^2}{c^4} = 1 - \frac{u^2}{c^2}$$

$$\therefore 1 = \frac{u^2}{c^2} (1 + \frac{1}{c^2}) \simeq \frac{u^2}{c^2}$$

وذلك لأن المقدار $1 / c^2$ يقترب من الصفر لكبر c^2 جدا .

$$\therefore 1 \simeq \frac{u}{c} \qquad \therefore u \simeq c$$

أى أن القطار يجب أن يتحرك بسرعة كبيرة جدا تقترب من سرعة الضوء حتى يمكن ملاحظة هذا الفرق الزمنى بواسطة المشاهد المستقر فى القطار .

يلاحظ ان ($x_2 - x_1$) مقدار موجب ولذا فان الاشارة السالبة فى المعادلة رقم (٣) معناها ان t'_1 أكبر من t'_2 ومعنى ذلك أن المصباح عند الاحداث X_2 يظهر للسائق وكأنه أضاء أولا ثم أضاء بعده المصباح الموضوع عند X_1 .

مثال : (G-5)

جسم يتحرك فى النظام S' بسرعة $\bar{V}' = \bar{i}V'_x + \bar{j}V'_y + \bar{k}V'_z$ فى اتجاه يصنع زاوية θ' مع المحور الأفقى X' أوجد سرعته واتجاهه بالنسبة لمشاهد مستقر فى نظام آخر S علما بأن السرعة النسبية الخطية المنتظمة بين النظامين هى u على إمتداد المحور السينى .

الحل :

نعلم أن : $V^2 = V^2_x + V^2_y + V^2_z$

وبتطبيق تحويلات السرعات النسبية لأينشتاين نحصل على :

$$V^2 = \left[\frac{V'_x + u}{1 + \frac{u}{c^2} V'_x}\right]^2 + \left[\frac{V'_y \sqrt{1 - u^2/c^2}}{1 + \frac{u}{c^2} V'_x}\right]^2 + \left[\frac{V'_z \sqrt{1-u^2/c^2}}{1 + \frac{u}{c^2} V'_x}\right]^2$$

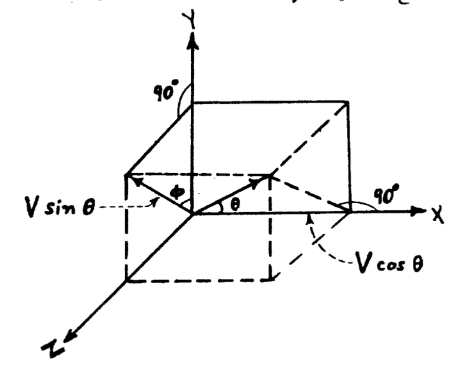
$$= \frac{V'^2_x + u^2 + 2uV'_x + V'^2_y(1 - \frac{u^2}{c^2}) + V'^2_z(1 - \frac{u^2}{c^2})}{(1 + \frac{u}{c^2} V'_x)^2}$$

$$= \frac{V'^2_x + V'^2_y + V'^2_z + u^2 + 2uV'_x - \frac{u^2}{c^2}(V'^2_y + V'^2_z)}{(1 + \frac{u}{c^2} V'_x)^2}$$

$$= \left[V'^2 + u^2 + 2uV'_x - \frac{u^2}{c^2}(V'^2_y + V'^2_z) \right] \Big/ (1 + \frac{u}{c^2} V'_x)$$

$$\therefore V = \frac{\sqrt{V'^2 + u^2 + 2uV'_x - \frac{u^2}{c^2} (V'^2_y + V'^2_z)}}{(1 + \frac{uV'_x}{c^2})}$$

وهذه المعادلة توضح العلاقة بين V , V' ويمكن إيجاد معادلة التحويل العسكية كالمعتاد ·



نفرض الزاوية بين سرعة الجسم والمحور السينى x كما يرصدها المشاهد المستقر فى النظام S هى θ لايجاد العلاقة بين اتجاه السرعة فى النظام 'S وهى 'θ وبينها فى النظام S وهى θ نتبع الخطوات الآتية :

من الرسم يتضح أن :

$$\tan \theta' = \frac{\sin \theta'}{\cos \theta'} = \frac{V' \sin \theta'}{V' \cos \theta'} = \frac{\sqrt{V'^2_y + V'^2_z}}{V'_x}$$

$$\tan\theta' = \frac{\sqrt{\left[\dfrac{V_y\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}{1-uV_x/c}\right]^2 + \left[\dfrac{V_z\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}{1-uV_x/c}\right]^2}}{\dfrac{V_x - u}{1-\frac{u}{c^2}V_x}}$$

$$\tan\theta' = \frac{\sqrt{V_y^2\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right) + V_z^2\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)}}{V_x - u}$$

$$\therefore \tan\theta' = \frac{\sqrt{\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)\left(V_y^2 + V_z^2\right)}}{V_x - u}$$

وبما أن :

$$V_y^2 + V_z^2 = V^2\sin^2\theta$$

$$V_x = V\cos\theta$$

$$\therefore \tan\theta' = \frac{\sqrt{\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)V^2\sin^2\theta}}{V\cos\theta - u}$$

$$\therefore \tan\theta' = \frac{V\sin\theta\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}{V\cos\theta - u}$$

$$\therefore \tan\theta' = \frac{\tan\theta\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}{1-\frac{u}{V\cos\theta}} = \frac{\tan\theta\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}{1-\frac{u}{V_x}}$$

وهذه المعادلة تربط بين الزاويتين : θ' , θ

ويمكن إيجاد معادلة التحويل العكسية كالمعتاد فتصبح :

$$\therefore \tan\theta = \frac{\tan\theta'\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}{1+\frac{u}{V'_x}}$$

ويلاحظ أيضا من الرسم أن :

$$\tan\phi' = \frac{V'_y}{V'_z}$$

وبما أن :

$$V'_y = V_y \qquad\qquad V'_z = V_z$$

$$\therefore \tan\phi' = \frac{V_y}{V_z} = \tan\phi$$

$$\therefore \quad \phi' = \phi$$

مثال : (G-6)

مشاهدان أحدهما A مستقر على الأرض · والآخر B مستقر فى مؤخرة قطار يتحرك بسرعة (افتراضية) خطية منتظمة بالنسبة للأرض مقدارها0.6cأطلق المشاهد B قذيفة من بندقية فى يده فى اتجاه مقدمة القطار بسرعة 0.4c.

فاذا كان طول القطار 100m فاحسب القيم التى يرصدها المشاهد A لكل من :

أ ـ طول القطار .

ب ـ سرعة القذيفة .

ج ـ الفترة الزمنية اللازمة لتصل القذيفة إلى مقدمة القطار .

الحل :

أ ـ بما أن القطار متحرك بالنسبة للمشاهد A بسرعة نسبية 0.6c لذا فطول القطار يبدو بالنسبة له منكمشا بمعامل لورنتز ولتكن القيمة التى يرصدها هى L فيكون :

$$L = L_o \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} = 100 \sqrt{1 - \frac{(0.6c)^2}{c^2}} = 100 \times 0.8 = 80 \text{ m}$$

ب ـ سرعة القذيفة V_x بالنسبة للمشاهد A نحصل عليها من العلاقة :

$$V_x = \frac{V'_x + u}{1 + \frac{uV'_x}{c^2}} = \frac{0.4c + 0.6c}{1 + \frac{0.24\ c^2}{c^2}}$$

$$\therefore V_x = \frac{c}{1.24} = 0.806\ c$$

ج ـ بالنسبة للمشاهد A تظل القذيفة متحركة فى الهواء بسرعة $V_x = 0.806\ c$ فترة زمنية t تقطع خلالها مسافة لتكن d وهذه المسافة تساوى مجموع الطول المنكمش للقطار L كما يرصده المشاهد A والمسافة التى يقطعها القطار خلال الفترة الزمنية t وهو متحرك بسرعة 0.6c أى أن :

$$d = V_x . t = L + (0.6c)\ t$$

$$\therefore 0.806\ ct = 80 + 0.6\ ct$$

$$\therefore 0.206\ ct = 80$$

$$\therefore t = \frac{80}{0.206 \times 3 \times 10^8} = 129 \times 10^{-8} = 1.29$$ ميكروثانية .

مثال : G-7

احسب الطول الظاهرى لمسطرة مترية متحركة فى اتجاه طولها بسرعة جعلت كتلتها النسبية ضعف كتلتها الساكنة.

الحل :

$$m\,c^2 = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\therefore \quad \frac{m}{m_o} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 2$$

$$\therefore \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{2}$$

الطول الظاهرى المنكمش للمسطرة نحصل عليه من العلاقة :

$$L = L_o \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \tfrac{1}{2} L_o$$

أى أنه اذا كان طول المسطرة الحقيقى مترا واحدا فان الطول الظاهرى يبدو مساويا لنصف متر .

مثال : (G-8)

وضح أن التعبير الرياضى لطاقة الحركة فى نسبية اينشتاين يتحول إلى التعبير الرياضى المعروف لطاقة الحركة فى نسبية نيوتن عندما تكون سرعة الجسيم v صغيرة جدا بالنسبة لسرعة الضوء c أى عندما يكون $1 \gg \frac{v}{c}$.

الحل :

عندما تكون السرعة v صغيرة يمكن أن نفك المقدار $\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}$ بنظرية ذات الحدين مكتفين بالحد الأول والثانى . ونستخدم ذلك فى علاقة اينشتين كالآتى :

$$T = m_o c^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1\right]$$

$$\therefore T = m_o c^2 \left[\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right]$$

$$= m_o c^2 \left[1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \ldots - 1 \right] = \frac{1}{2} m_o v^2$$

والتعبير الأخير هو الصورة المعروفة لطاقة الحركة فى نسبية نيوتن • ونعلم أنه فى نسبية نيوتن الكتلة لا تتغير بتغير السرعة أى أن $m = m_0$

ويكون $T = \frac{1}{2} mv^2$

مثال : (G-9)

أحسب معدل النقص فى كتلة الشمس الحالى لكل ساعة اذا علمت أن : قيمة الثابت الشمسى I_s (متوسط الطاقة الشمسية التى تسقط فى الثانية الواحدة على المتر المربع من سطح الأرض على أشعة الشمس الواصلة إليه) يساوى $1400 \ J/m^2.s$

الكتلة الحالية للشمس تساوى 2×10^{30} Kg

المسافة بين الأرض والشمس هى 1.49×10^8 Km

الحل :

الطاقة الكلية الصادرة من الشمس فى جميع الاتجاهات W فى الثانية الواحدة تساوى حاصل ضرب الثابت الشمسى ×مساحة سطح كرة نصف قطرها متوسط البعد بين الأرض والشمس •

اذن :

$$W = I_s \times 4\pi R^2$$

$$= 1400 \times 4 \times 3.14 \times (1.49 \times 10^{11})^2$$

$$= 3.9 \times 10^{26}$$ Joules/second

وهذه الطاقة تكافىء النقص المادى فى كتلة الشمس فى الثانية الواحدة Δm والذى يمكن حسابه من معادلة أينشتاين للتكافؤ بين المادة والطاقة $W = \Delta m \cdot c^2$

اذن :

$$\Delta m = \frac{W}{c^2} = \frac{3.9 \times 10^{26}}{(3 \times 10^8)^2}$$

$$= 4.33 \times 10^9 \quad Kg/s.$$

وهذا يوضح أن الشمس يتحول من كتلتها ٤,٣ مليون طن كل ثانية إلى طاقة وعلى الرغم من عظم هذا المقدار إلا أنه لايمثل إلاّ جزءا صغيرا من الكتلة الكلية للشمس • ويتضح ذلك بحساب النسبة بينه وبين الكتلة الكلية للشمس فنجده مساويا :

$$\frac{4.3 \times 10^9}{2 \times 10^{30}} = 2.15 \times 10^{-21}$$

وهذا يمثل نسبة مئوية قدرها 2.15×10^{-19} % وهو معدل صغير للغاية •

مثال : (G-10)

فوتون لاشعاع طوله الموجى $\lambda = 0.650$ Å حدث له استطارة كومبتون عندما سقط على ذرة كربون (جهد التأين لها يساوى : 11.22 VOLTS)

أحسب :

(أ) التغير فى الطول الموجى للاشعاع المستطار بزاوية ٩٠° •

(ب) احسب $\Delta\lambda$ اذا فرضنا أن ذرة الكربون بأكملها هى التى استطارت وليس الالكترون فقط كما يحدث فى الظاهرة •

(ج) أحسب القيمة العظمى لطاقة الحركة للاكترون المرتد •

ملحوظة :

يتضح من المعطيات أن جهد التأين (أو طاقة الربط) تساوى ١١ الكترون فولت بينما طاقة الفوتون $h\nu$ الساقط هى :

$$h\nu = \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{0.65 \times 10^{-10}} \quad \text{Joule}$$

$$= \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}}{0.65 \times 10^{-10} \times 1.6 \times 10^{-19}} = 19.11 \quad Kev$$

ويتضح من ذلك أن طاقة التأين صغيرة جدا بالنسبة لطاقة فوتون الاشعاع الساقط لذا يمكن اهمال طاقة التأين ٠

(أ) بما أن :

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_o c} (1 - \cos \theta)$$

ولكن $\cos 90^{o} = 0$

$$\therefore (\Delta\lambda)_1 = \frac{h}{m_o c} (1 - 0)$$

$$= \frac{6.625 \times 10^{-34}}{9.1 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^{8}}$$

$$= 2.4267 \times 10^{-12} = 2.43 \times 10^{-12} m = 0.024 \text{ Å}.$$

(ب) عندما ترتد ذرة الكربون بأكملها فان التغير فى الطول الموجى الذى حصلنا عليه فى الخطوة السابقة تصغر قيمته بنسبة كتلة الالكترون المرتد إلى كتلة ذرة الكربون كلها ٠

وبما أن كتلة الالكترون = $\frac{1}{1837}$ من وحدة الكتل الذرية تقريبا ، عدد الكتلة لذرة الكربون هو ١٢

$\therefore$ $\Delta\lambda$ تصغر بمقدار $\frac{1}{12 \times 1837}$

وتصبح القيمة الجديدة هى :

$$(\Delta\lambda)_2 = \frac{0.0243 \text{ Å}}{12 \times 1837} = 1.1 \times 10^{-4} \text{ Å}.$$

(ج) لحساب القيمة العظمى لطاقة حركة الإلكترون المرتد نستنتج أولا وبصفة عامة المعادلة الخاصة بطاقة الحركة للالكترون المرتد فى ظاهرة كومبتون كالآتى :

من المعادلة رقم(5-38)نحصل على :

$$\frac{h^2 \nu \nu'}{m_o c^2} (1 - \cos \theta) = h\nu - h\nu'$$

$$\therefore \quad h\nu = h\nu' + \frac{h^2 \nu \nu'}{m_o c^2} (1 - \cos \theta)$$

$$\therefore \quad h\nu = h\nu' \left[1 + \frac{h\nu}{m_o c^2} (1 - \cos \theta) \right]$$

$$\therefore \quad h\nu' = \frac{h\nu}{\left[1 + \frac{h\nu}{m_o c^2} (1 - \cos \theta) \right]}$$

بما أن طاقة حركة الالكترون المرتد T = طاقة الفوتون للاشعاع الساقط -
طاقة الفوتون للاشعاع المستطير

$$\therefore T = h\nu - h\nu' = h\nu - \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_o c^2} (1 - \cos \theta)}$$

$$\therefore T = h\nu \left[1 - \frac{1}{1 + \frac{h\nu}{m_o c^2} (1 - \cos \theta)} \right]$$

وحيث ان: $m_0 c^2 = 0.512$ Mev

اذن بالتعويض فى المعادلة اعلاه نحصل على :

$$T_{max} = \frac{0.019}{1 + \frac{0.512}{2 \times 0.019}}$$

$$= \frac{2 \times 0.019 \times 0.019}{2 + 0.019 + 0.512}$$

$$= \frac{7.22 \times 10^{-4}}{0.550}$$

$$= 1.313 \times 10^{-3} \quad Mev$$

$$= 1.3 \quad Kev$$

مثال :(G -11)

اذا فرض أن سرعة أحد الميونات فى الأسعة الكونية بالنسبة للأرض هى 0.8c أوجد المسافة التى يقطعها هذا الجسيم بالنسبة لمشاهد على الأرض بفرض ان سرعته تظل ثابتة وان زمن الرحلة بالنسبة لنظام الاحداثيات الذى يكون فيه الميون مستقرا هو 2×10^{-8} من الثانية ؟ .

الحل :

زمن الرحلة بالنسبة لمشاهد على الأرض سيكون اكبر بمقدار المعامل $\frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \cdot 2 \times 10^{-8} = \frac{5}{3} \times 2 \times 10^{-8}$$

$$= 3.33 \times 10^{-8} \quad sec.$$

∴ المسافة الظاهرية التى يقطعها تساوى

$$\Delta x = 0.8 \times 3 \times 10^8 \times 3.33 \times 10^{-8} = 8.0 \text{ metres}$$

ويلاحظ ان هذه المسافة اكبر من اى مسافة يمكن ان يقطعها الميون خلال الفترة الزمنية 2×10^{-8} sec حتى ولو كانت سرعته تساوى سرعة الضوء ٠

مثال : (G-12)

وضح ان اقصى سرعة يمكن ان يتحرك بها جسيم بعد تعجيله بقوة ثابتة فى اتجاه خط مستقيم هى سرعة الضوء ٠ ثم استنتج معادلة الازاحة الخطية كدالة للزمن والقوة المؤثرة ٠

الحل :

القوة المؤثرة تعطى بالعلاقة :

$$\bar{F} = \frac{d\bar{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\bar{v}) = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_o \bar{v}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}\right)$$

وحيث ان الحركة فى خط مستقيم فانه لا يوجد تغير فى الاتجاه لذلك نكتب المعادلة فى صورة قياسية كالآتى :

$$F = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_o v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\right)$$

وباجراء التكامل للعلاقة الآتية :

$$\int_0^t F.dt = \int_0^v d\left(\frac{m_o v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\right)$$

نحصل على:

$$F.t = \frac{m_o v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\left(\frac{F.t}{m_o c} \right) = \frac{\frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\left(\frac{F.t}{m_o c}\right)^2 = \frac{\left(\frac{v}{c}\right)^2}{(1 - v^2/c^2)}$$

$$\left(\frac{v}{c} \right)^2 = \left(\frac{F.t}{m_o c} \right)^2 . \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)$$

$$\therefore \quad \left(\frac{F\ t}{m_o c} \right)^2 = \left(\frac{v}{c} \right)^2 . \left(1 + \left(\frac{Ft}{m_o c} \right)^2 \right)$$

$$\therefore \quad \frac{v}{c} = \frac{\frac{F\ t}{m_o c}}{\sqrt{1 + (F\ t / m_o c)^2}}$$

ويلاحظ من هذه المعادلة انه عندما تقاس سرعة الدقيقة بعد فترة وجيزة جدا من بداية الحركة حيث يمكن اهمال المقدار $(Ft/m_0c)^2$ فى المقام فتكون السرعة مساوية :

$$v \simeq \left(\frac{F}{m_o} \right) t$$

وهو التعبير التقليدى (الكلاسيكى) لان $\left(\frac{F}{m_0} \right)$ يمثل العجلة التى يتحرك بها الجسيم ·

وعندما تكون t كبيرة أى بعد ان يحدث التعجيل للجسيم لفترة طويلة فان الواحد الصحيح يمكن اهماله بالنسبة للحد $(Ft/m_0c)^2$ وتصبح سرعة الجسيم مساوية لسرعة الضوء ·

ويلاحظ انه لا يمكن ان تتجاوز سرعة الجسيم سرعة الضوء مهما استمرت عملية التعجيل اى مهما استمر تأثير القوة على الجسيم اثناء تعجيله ·

للحصول على الازاحة نستخدم العلاقة :

$$v = \frac{dx}{dt} = c \frac{\left(\frac{F}{m_o c} \right) t}{\sqrt{1 + (Ft / m_o c)^2}}$$

$$\therefore \int_0^x dx = \int_0^t c \frac{\left(\frac{F}{m_o c}\right) t}{\sqrt{1 + (F t / m_o c)^2}} dt$$

وحيث انه اذا كان البسط يمثل تفاضل ما تحت الجذر فان التكامل يساوى ضعف الجذر ومنه نحصل على العلاقة الآتية بعد اجراء التكامل :

$$\Big[x \Big]_0^x = \frac{m_o c^2}{F} \left[\sqrt{1 + (F t / m_o c)^2} \right]$$

$$x = \frac{m_o c^2}{F} \left[\sqrt{1 + (F t / m_o c)^2} - 1 \right]$$

وعندما تكون t صغيرة يمكن ان يفك المقدار تحت الجذر بنظرية ذات الحدين على الصورة الآتية :

$$x = \frac{m_o c^2}{F} \left[1 + \tfrac{1}{2} \left(\frac{F t}{m_o c} \right)^2 + \ldots - 1 \right]$$

$$x = \tfrac{1}{2} \left(\frac{F}{m_o} \right) t$$

وهو نفس التعبير الرياضى الذى يمكن الحصول عليه على اساس ميكانيكا نيوتن . وعندما تكون t كبيرة يصبح لدينا :

$$x = ct - \frac{m_0 c^2}{F}$$

والمعادلة الأخيرة توضح انه تبعا للنظرية النسبية تكون المسافة التى يقطعها الجسيم دائما اصغر من القيمة الكلاسيكية وهو يقابل ما ناقشناه سابقا بالنسبة لانكماش الاطوال ٠

مثال :

اثناء مرور فوتون ذى طاقة 2.90 Mev خلال شريحة من عنصر الرصاص تحول الى مادة فى صورة زوج من الالكترون والبوزيترون ٠

فاذا فرض ان هذين الجسيمين لهما طاقة حركة متساوية فأوجد :

أ ـ الكتلة النسبية لكل من الألكترون والبوزيترون ٠

ب ـ السرعة النسبية لكل منهما ٠

ج ـ القيمة الصغرى لشدة الفيض المغناطيسى واتجاهه اللازم لجعل مسار كل من الالكترون والبوزيترون مسارا دائريا نصف قطره ١٢ سم ٠,(12 cm) ٠

ملحوظة : اهمل طاقة ارتداد نواة ذرة الرصاص ٠

الحل :

(أ) بتطبيق قانون بقاء الطاقة نحصل على : الطاقة الكلية للبوزيترون + الطاقة الكلية للالكترون = طاقة الفوتون

$$h = mc^2 + mc^2$$

$$= 2\, mc^2$$

اذن الكتلة النسبية لكل منهما m تساوى :

$$m = \frac{1}{2}\frac{h}{c^2} = \frac{2.9 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}\ \text{J}}{2 \times (3 \times 10^8\ \text{m/s})^2}$$

$$= \frac{4.64 \times 10^{-13}}{1.8 \times 10^{16}} = 25.8 \times 10^{-31}\ \text{Kg.}$$

ب ـ لحساب السرعة النسبية نكتب العلاقة الآتية :

$$mc^2 = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\therefore \frac{m}{m_o} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\therefore \frac{25.8 \times 10^{-31}}{9.1 \times 10^{-31}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\therefore 2.8 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\therefore 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{(2.8)^2} = 0.128$$

$$\therefore \frac{v}{c} = (1 - 0.128)^{\frac{1}{2}} = (0.872)^{\frac{1}{2}} = 0.934$$

$$\therefore v = 0.934\ c$$

$$= 0.934 \times 3 \times 10^8 = 2.8 \times 10^8 \text{ m/s.}$$

ج ـ لكى يدور الالكترون او البوزيترون فى مسار دائرى يجب ان يكون اتجاه الفيض المغناطيسى عموديا على سرعة كل منهما علاوة على ذلك لدينا العلاقة الآتية :

$$\therefore m \frac{v^2}{R} = q\,v\,B \sin\theta$$

$$\therefore m \frac{v^2}{R} = q\,v\,B \sin 90^\circ$$

$$\therefore B = \frac{m\,v}{q\,R}$$

$$B = \frac{25.8 \times 10^{-31} \times 2.8 \times 10^8}{1.6 \times 10^{-19} \times 0.12}$$

$$= 0.038 \text{ Weber/m}^2 = 0.038 \text{ Tesla}$$

مثال :

اوجد كتلة الالكترون بالنسبة لكتلة السكون ($\frac{m}{m}$) وسرعته بالنسبة لسرعة الضوء $\frac{v}{c}$ عندما تكون طاقته الحركية تساوى 50 Mev

الحل :

الطاقة الكلية mc^2 تساوى مجموع طاقة الحركة وطاقة الكتلة الساكنة.

$$\therefore mc^2 = (K.E) + m_oc^2$$

وبما ان : $m_oc^2 = 0.512$ Mev

$$\therefore mc^2 = 50 + 0.512 = 50.512 \text{ Mev}$$

$$\therefore \frac{m}{m_o} = \frac{50.512}{0.512} = 98.6563$$

ثانيا : بما ان:

$$mc^2 = \frac{m_oc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\therefore \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{0.512}{50.512} = 0.0101$$

$$\therefore \frac{v^2}{c^2} = 1 - (0.01)^2 = 1 - 0.0001$$

$$= 0.9999$$

$$\therefore \frac{v}{c} = 0.99995$$

$$\therefore v = 0.99995\ c$$

مثال :

احسب طاقة الربط النووى لنواة ذرة هيليوم Helium اذا كانت الكتلة الفعلية لها تساوى =
(4.0028 a.m.u.)

وكتلة البروتون = m_p = (1.00760 a.m.u.)

وكتلة النيترون = m_n = (1.00899 a.m.u.)

الحل :

كتلة النواة من مكوناتها = $M(^4_2He)^* = 2 \times m_p + 2 \times m_n$

$$\therefore M(^4_2He)^* = 2 \times 1.00760 + 2 \times 1.00899 = 4.03318 \text{ a.m.u.}$$

النقص فى الكتلة بعد اندماجهم لتكوين نواة الهيليوم =

$$4.03318 - 4.0028 = 0.03038 \text{ a.m.u.}$$

الطاقة المكافئة لهذا النقص الذى (اى طاقة الربط النووى) =

$$0.03038 \times 931.5 = 28.2989 = 28.3 \text{ Mev}$$

مثال :

أحسب مقدار الطاقة المنطلقة E من التفاعل النووى الآتى :

$$^7_3Li(7.0166) + \ ^1_1H(1.0076) \longrightarrow 2\ ^4_2He(4.0028 \text{ a.m.u.})$$

علما بان وحدة الكتل الذرية تكافىء طاقة قدرها ٩٣١,٥ مليون الكترون فولت كما رأينا فى المثال السابق .

الحل :

كتل المواد المتفاعلة = $7.0166 + 1.0076 = 8.0242$ a.m.u.

كتل النوى الناتجة من التفاعل = $2 \times 4.0028 = 8.0056$ A.M.U.

اذن النقص فى الكتلة = $8.0242 - 8.0056 = 0.0186$ a.m.u.

هذا النقص يتحول الى قدر مكافىء من الطاقة تنطلق من التفاعل على شكل طاقة حركة لدقيقتى الفا المنطلقتين من التفاعل .

اذن مقدار الطاقة المنطلقة = $0.0186 \times 931.5 = 17.3259 = 17.33$ Mev

مثال :

قذيفة كتلتها الساكنة M_0 تتحرك على امتداد المحور السينى بسرعة v اصطدمت بهدف ساكن كتلة السكون له m_0 فاذا كان هذا التصادم مرنا تماما اوجد طاقة الهدف بعد التصادم .

الحل :

نفرض ان سرعة القذيفة بعد التصادم v' وطاقتها E' وكمية تحركها الخطى P' وان الطاقة الكلية وكمية التحرك الخطى للهدف بعد التصادم هى p', e' تبعا لقانون بقاء الطاقة فان الطاقة الكلية قبل التصادم تساوى الطاقة الكلية بعد التصادم وهذا يعطى :

$$E + m_0c^2 = E' + e' \qquad ...(1)$$

وبالمثل قانون بقاء كمية التحرك الخطى يعطى:

$$\bar{P} = \bar{P}' + \bar{p}' \qquad ...(2)$$

مما سبق علمنا ان :

$$E^2 - c^2P^2 = (M_0c^2)^2 \qquad ...(3)$$

وبالمثل لدينا :

$$E'^2 - c^2P'^2 = (M_0c^2)^2 \qquad ...(4)$$

وكذلك :

$$e'^2 - c^2p'^2 = (m_0c^2)^2 \qquad ...(5)$$

بطرح (5) من (4) نحصل على :

$$\therefore\ E'^2 - e'^2 - (P'^2 - p'^2)\, c^2 = (M^2_0 - m^2_0)c^4 \qquad ...(6)$$

$$\therefore (E' + e')\,(E' - e') - (P'^2 - p'^2)c^2 = (M^2_0 - m^2_0)c^4$$

$$\therefore (E + m_0c^2)\,(E + m_0c^2 - 2e') - (P'^2 - p^2)c^2 = (M^2_0 - m^2_0)c^4$$

ولكن

$$(P'^2 - p'^2)c^2 = \{(P' + p')\,(P' - p')\}\, c^2$$

$$= \{P\,(P - 2p')\}\, c^2$$

$$\therefore (E+m_0c^2)\,(E+m_0c^2-2e') - \{P(P-2p')\}\, c^2 = (M^2_0 - m^2_0) \qquad ...(7)$$

$$\therefore\ E^2 + 2E\, m_0c^2 - 2e'E + (m_0c^2)^2 - 2'e\, m_0c^2$$
$$- P^2c^2 + 2P\, p'c^2 = (M^2_0 - m^2_0)c^4$$

بالتعويض من المعادلة (3) نحصل على :

$$(M_0c^2)^2 + 2Em_0c^2 - 2e'E + (m_0c^2)^2 - 2c'm_0c^2 + 2Pp'c^2 = (M^2_0 - m^2_0)c^4$$

$$\therefore 2E\, m_0c^2 - 2e'E - 2e'm_0c^2 + 2Pp'c^2 = 2\,(m_0c^2)^2$$

باعادة ترتيب هذه المعادلة نحصل على :

$$\therefore (E' + m_0c^2)\,(e' - m_0c^2) = Pp'c^2$$

بتربيع طرفى هذه المعادلة والتعويض عن p'^2c^2 (5) نحصل على :

$$(E + m_0c^2)^2\,(e' - m_0c^2)^2 = P^2c^2\,(e'^2 - m^2_0c^4)$$
$$(E + m_0c^2)^2\,(e' - m_0c^2) = P^2c^2\,(e' + m_0c^2)$$

وهذا يعطى :

$$e' = \frac{(E + m_0c^2)^2 + P^2c^2 \qquad m_0c^2}{(E + m_0c^2)^2 - P^2c^2}$$

مثال :

ذرة مستثارة كتلتها الساكنة m_{01} مستقرة فى نظام احداثيات معين انطلق من هذه الذرة فوتون حاملا معه جزءا من طاقة استثارية قدره ΔE وارتدت الذرة نتيجة لذلك • انبت ان تردد الفوتون المنبعث يعطى بالعلاقة :

$$\nu = \frac{\Delta E}{h}\left(1 - \frac{\Delta E}{2\, m_{01}\, c^2}\right)$$

علما بأن :

$$\Delta E = (m_{01} - m_{02})\, c^2$$

حيث m_{02} الكتلة الساكنة للذرة بعد انبعاث الفوتون منها •

الحل :

قانون بقاء الطاقة يعطى العلاقة الآتية :

$$m_{01}c^2 = E + h \qquad ...(1)$$

قانون بقاء كمية التحرك الخطى يعطى العلاقة الآتية :

$$\frac{h}{c} = \frac{E}{c^2}v , \quad \because \quad m_2 = E/c^2 , \qquad ...(2)$$

حيث :

$$E = m_2c^2 = \frac{m_{o2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

v هى سرعة ارتداد الذرة ·

من المعادلتين (1),(2) بترتيبهما وتربيعهما ثم الطرح نحصل على :

$$E^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = (m_{01}c^2 - h\nu)^2 - (h\nu)^2 \qquad ...(4)$$

بالتعويض من المعادلتين (3) ,(4) نحصل على :

$$(m_{02}c^2)^2 = (m_{01}c^2 - h\nu)^2 - (h\nu)^2$$

$$\therefore (m_{01}c^2 - \Delta E)^2 = (m_{01}c^2)^2 - 2h\nu\, m_{01}c^2$$

$$\therefore \Delta E^2 - 2\Delta E\, m_{01}c^2 = -2h\nu\, m_{01}c^2$$

$$\therefore \Delta E^2 - 2\Delta E\, m_{01}c^2 = -2h\nu\, m_{01}c^2$$

$$\therefore h\nu = \Delta E - \frac{\Delta E^2}{2m_{01}c^2}$$

$$= \Delta E \left[1 - \frac{\Delta E}{2m_{01}c^2} \right]$$

مثال :

يفشل نوع معين من المعجلات النووية فى عمله اذا زادت الكتلة النسبية للجسيم المعجل فيه عن ٢٥٪ بالنسبة لكتلته الساكنة فأوجد :

أ ـ اكبر قيمة لطاقة الحركة المكتسبة اذا كان الجسيم المعجل هو البروتون وكذلك اذا كان الكترونا •

ب ـ احسب سرعة الجسيم المعجل عند هذا الحد سواء اكان بروتونا او الكترونا •

الحل :

بما ان : $mc^2 - m_0c^2 = 0.25\, m_0c^2$

طاقة الحركة العظمى $\therefore$ Maximum K.E. $= 0.25\, m_0c^2$

وعندما يكون الجسيم المعجل هو البروتون تكون اقصى قيمة لطاقة حركته (K.E.) max.

هى : $0.25\, M_pc^2 = 0.25 \times 938 = 234.5$ Mev

وبالمثل بالنسبة للالكترون تكون اقصى طاقة حركة

$(K.E.)_{max.} = 0.25\, m_ec^2 = 0.25 \times 0.512 = 0.128$ Mev

ولحساب السرعة نستخدم العلاقة الآتية :

$$mc^2 = m_0c^2 \,/\, \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

$$\therefore \frac{mc^2}{m_0c^2} = \frac{1.25}{1} = 1 \,/\, \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

بصرف النظر عن كنه الجسيم:

$$\therefore (1 - v^2/c^2)^{\frac{1}{2}} = \frac{100}{125} = \frac{4}{5}$$

$$\therefore 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{16}{25}$$

$$\therefore \frac{v^2}{c^2} = \frac{9}{25}$$

$$\therefore v = 0.6\, c$$

مثال :

اذا فرض ان ميون (or muon) u-Meson فى الاشعة الكونية يتولد نتيجة اضمحلال تلقائى لميزون باى Pi-Meson متحرك فى الغلاف الجوى على ارتفاع عشرين كيلومترا من سطح البحر وبسرعة 0.99c فى اتجاه الارض · احسب مدى احتمال وصول هذا الميون الى سطح الارض بفرض ان الاضمحلال التلقائى يتبع القانون اللوغاريتمى العيارى وان متوسط العمر للميون هو 2.2 ميكرونانية ·

الحل :

على اساس متوسط عمر الميون هو 2.2usec وسرعته 0.99c نتوقع ان المسافة المتوسطة التى يعبرها الميون قبل ان يضمحل تلقائيا هى : $\ell = \tau v = (2.2 \times 10^{-6})\,(0.99c)$

$= 653$ meters

وذلك فى نظام الاحداثيات الذى فيه الميون فى حالة سكون اما بالنسبة لمشاهد على سطح الارض فانه نتيجة حركة الميون بتلك السرعة الهائلة تبدو المسافة التى يعبرها الميون المتحرك للوصول الى سطح الارض (وهى ٢٠ كم) منكمشة الى القيمة التالية : $L = L_0(1 - u^2/c^2)^{\frac{1}{2}}$

$= 20\,(1 - (0.99c)^2/c^2)^{\frac{1}{2}} = 2.8$ Km.

وعلى ذلك فان مدى احتمال وصول الميون الى سطح الارض قبل ان يضمحل هو W حيث :

$W = e^{-L/\ell}$

$= e^{-2800/653} = e^{-4.22} = 0.013$

وهذا معناه ان كل ١٠٠٠ ميون متولدة فى اعلى الغلاف الجوى يحتمل ان يصل منها ١٣ ميون الى سطح الارض ·

مثال محلول :

اثبت ان الفوتون لا يستطيع ان يعطى كل طاقته الى الكترون معزول مستقر ·

الحل :

اذا فرض ان الالكترون الهدف انتقلت اليه كل طاقة الفوتون وانه يستفيد بها كطاقة حركة فان

ذلك معناه من قانون بقاء الطاقة ان : $h\nu + m_0c^2 = mc^2 \quad \ldots\ldots(1)$

$$\therefore \; h\nu = m_0c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) \qquad \ldots(2)$$

وفى نفس الوقت تطبيق قانون كمية التحرك الخطى يؤدي الى :

$$\frac{h\nu}{c} = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad \ldots(3)$$

وبالتعويض من (2) فى المعادلة (3) نحصل على النتيجة الآتية :

$$(1 - v^2/c^2)^{\frac{1}{2}} = 1 - v/c$$

$$\therefore \frac{v}{c} \; \left(\frac{1}{2}\frac{v}{c} - 1\right) = 0$$

من هذه المعادلة يمكن ان نصل الى النتيجتين الآتيتين :

أولا : $\therefore \frac{v}{c} = 0 \qquad \therefore \; v = 0$

اى ان الالكترون بعد امتصاصه لكل طاقة النوتون يستقر فى مكانه وهذا مستحيل ومستبعد ·

ثانيا : $\left(\frac{1}{2}\frac{v}{c} - 1\right) = 0, \qquad \therefore \; v = 2c$

اى ان سرعة الدقيقة تساوى ضعف سرعة الضوء وهذا ايضا مستحيل لانه فى هذه الحالة تصبح كتلة الجسم لا نهائية كما يتضح من العلاقة : $m = m_0/(1 - v^2/c^2)^{\frac{1}{2}}$

وذلك لان الجسيم اصلا كتلته الساكنة اكبر من الصفر ·

من النتيجتين السابقتين يتضح انه يجب ان يساهم جسيم ثالث مع الالكترون والفوتون لاتمام التفاعل · وهذا دائما يكون عن طريق نواة الذرة الام لهذا الالكترون ·



مسائل عامة على النظرية النسبية الخاصة :

(١) اثبت ان معادلة الحركة الموجية لا تتصف بخاصية عدم التغير تبعا لتحويلات جاليليو للاحداثيات ولكنها تتصف بها تبعا لتحويلات لورنتز ٠

(٢) كشاف ضوئي يدور بسرعة منتظمة بمعدل 120 دورة فى الدقيقة وبحيث يسقط الضوء منه على شاشة تبعد عنه مسافة(8×10^4) كيلومترا ٠ ماهى السرعة التى يتحرك بها أثر الحزمة الضوئية على الشاشة ؟ هل هذا يتعارض مع النظرية النسبية الخاصة ؟ وماهى سرعة كل فوتون على الشاشة ؟

(٣) احسب متوسط عمر ميزون باى Pi-Meson(pion) متحرك بسرعة قدرها 0.9c بالنسبة لشاهد على الارض علما بان متوسط عمره بالنسبة لشاهد آخر مستقر بالنسبة للميزون هو 30 ns (النانوثانية ns يساوى (10^{-9} sec))

(٤) جسيمان يتحرك كل منهما فى اتجاه الاخر بسرعة 0.8c بالنسبة للمعمل احسب سرعة كل منهما بالنسبة للاخر ٠

(٥) جسيمان انطلقا من مصدر مشع نتيجة تآكله النووى سرعة كل منهما 0.8c بالنسبة للمصدر ماهى سرعة كل منهما بالنسبة للاخر ٠

(٦) جسيم سرعته $\vec{v}'$ ٠ حيث $\vec{v}' = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 12\vec{k}$ متر/ثانية فى نظام S' الذى يتحرك بالنسبة للمعمل بسرعة نسبية منتظمة u=0.8c احسب سرعة الجسيم ' v ' بالنسبة للمعمل ٠

(٧) فى تجربة فيزو تتحرك حزمة من الضوء الاصفر فى اتجاهين متضادين متوازيين خلال الماء المنساب فى الجهاز فاذا كان طول كل من المسارين الافقيين هو L = 15 m وكانت سرعة الضوء بالنسبة للماء 0.7c فاذا كانت سرعة الماء فى الجهاز بالنسبة للمعمل هى 3 m/sec فأوجد الفترة الزمنية اللازمة ليقطع فيها الضوء كلا من المسارين الافقيين ثم احسب فرق الطور بين هذين الشعاعين ٠

(٨) مرآة مستوية تتحرك فى اتجاه عمودى على سطحها بسرعة تساوى نصف سرعة الضوء مبتعدة عن المصدر الضوئى ٠ احسب زاوية انعكاس هذا الضوء اذا فرض ان زاوية السقوط تساوى θ

(٩) احسب التغير فى الطول الموجى كما يعينه مشاهد مستقر على الارض لخط طيفى معين فى طيف الامتصاص لغاز الهيدروجين والقادم من نجم يبتعد عن هذا المشاهد بسرعة قدرها 3×10^6 متر/ثانية علما بأن الطول الموجى لهذا الخط من طيف الهيدروجين يساوى 0.45 ميكرون

(١٠) حدثان تم حدوثهما فى نظام S' فى مكانين مختلفين ولكن فى نفس اللحظة بالنسبة لمشاهد مستقر فى النظام S' برهن على ان هذين الحدثين لا يكونان فى نفس اللحظة ولكن يفصل بينهما فترة زمنية تتراوح ما بين∞ + ، ∞ — وذلك اذا ما شوهدا بواسطة مشاهد آخر مستقر فى نظام S يتحرك بالنسبة للنظام S' بسرعة خطية منتظمة قدرها u على امتداد المحور السينى المشترك للنظامين ٠

(١١) حزمة ضوئية متوازية ساقطة على مرآة مستوية احسب كمية التحرك الخطى التى تكتسبها تلك المرآة اذا فرض ان كثافة الطاقة للاشعاع الساقط (اى الطاقة لوحدة الحجوم) تساوى
$(3.5 \times 10^{-4}$ Joule/m$^3)$
ثم احسب كذلك القوة التى تتأثر بها هذه المرآة خلال فترة زمنية قدرها خمس ثوان ٠

(١٢) جسيم يظهر على انه متحرك بسرعة 0.8c وبزاوية 50° بالنسبة للاتجاه X فى نظام احداثيات معينة احسب السرعة المقابلة واتجاهها لنفس الجسيم بالنسبة لمشاهد مستقر فى نظام آخر S' يتحرك بالنسبة للاول S بسرعة خطية منتظمة قدرها 0.6c وموازية للمحورين X, X'.

(١٣) عند اى قيمة للسرعة تكون كمية التحرك الخطى لجسم ما مساوية m_0c وماذا تكون طاقته الكلية وطاقة حركته حينئذ ؟

(١٤) احسب الكتلة التى يكتسبها الكترون بعد تعجيله الى 500 Mev .

(١٥) احسب سرعة بروتون طاقة حركته تساوى اربع امثال طاقة كتلته الساكنة ٠

(١٦) اثبت ان العلاقة $T = \frac{1}{2}mv^2$ حيث T هى طاقة حركة الجسيم لا تعطى القيمة الصحيحة لطاقة حركة النسبية حتى لو اعتبرنا m هى الكتلة النسبية للجسم ٠

(١٧) اذا تحرك جسم بسرعة تجعل كتلته النسبية اكبر من كتلته الساكنه له بنسبة 10% فاحسب مقدار الانكماش فى طول هذا الجسيم فى اتجاه حركته ٠

(١٨) اوجد $\frac{m}{m_0}$ ، $\frac{v}{c}$ لألكترون عندما تكون طاقة حركته :

(أ) 0.2 Mev (ب) 50 Mev

(١٩) احسب كمية التحرك الخطى وكذلك الطاقة الكلية لالكترون يتحرك بسرعة مساوية نصف سرعة الضوء ٠

(٢٠) اثبت أن سرعة اى جسيم كمية تحركه الخطيه مساوية P تعطى العلاقة :

$$v = \frac{Pc}{\sqrt{P^2 + m_0^2c^2}}$$

(٢١) اثبت ان سرعة اى جسيم تعطى بالعلاقة :

$$v = c\left(1 - \frac{m_o^2 c^4}{E^4}\right)^{\frac{1}{2}}$$

حيث E هى طاقته الكلية ، m_0 كتلته الساكنة .

(٢٢) احسب كتلة الالكترون الذى يتحرك بسرعة $v = 0.1c$.

وكذلك عندما يتحرك بسرعة $v = 0.9c$.

(٢٣) معجل سنكروترون خاص بالبروتونات يكسبها طاقة حركة اقصاها 10 Mev احسب نصف قطره اللازم لذلك على فرض ان شدة الفيض المغناطيسى الموجود فى الجهاز تساوى = (1.5 Tesla)

(٢٤) احسب الطاقة اللازمة لتعجيل الكترون من السكون لتصبح سرعته مساوية 0.4 c.

(٢٥) ميزون باى طاقة حركته 120 Mev تآكل تلقائيا الى ميون ونيوترينو اثناء تحركه بتلك الطاقة احسب طاقة الميون المتولد علما بان الكتلة الساكنة للميزون باى تساوى 139 Mev والكتلة الساكنة للميون 106 Mev والكتلة الساكنة للنيوترينو تساوى صفرا .

(٢٦) يتحلل الراديوم الى رادون بانبعاث دقيقة الفا منه احسب طاقة الحركة لدقيقة الفا وكذلك للنواة المرتدة علما بان الكتلة الذرية للراديوم تساوى 226.10309 amu وللرادون 222.09397 amu وللهليوم 4.00388 amu .

(٢٧) نيوترون طاقة حركته 3000 Mev استطار بواسطة بروتون مستقر احسب طاقة الحركة للبروتون المرتد فى اتجاه يصنع زاوية قدرها θ = صفرا و θ = ٤٥° بالنسبة للاتجاه الاصلى الذى يتحرك فيه النيوترون الساقط .

(٢٨) اذا انطلق فوتون من نواة كتلتها الساكنة M فأثبت ان طاقة الارتداد لتلك النواة تساوى $h\nu/2Mc^2$ حيث $h\nu$ هى طاقة الفوتون المنطلق منها . ثم احسب من ذلك طاقة الارتداد لنواة السيسيوم Cesium-137 عندما ينبعث منها اشعاع جاما طاقته 662 Kev .

(٢٩) احسب اقل طاقة لفوتون اشعة جاما لازمة لكى يتحول الى الكترون وبوزيترون عندما يمر بالكترون ساكن كتلته m_0 حسب المعادلة . $\gamma + e^- \rightarrow e^- + (e^+ + e^-)$

(٣٠) جسيم طاقة حركته T_0 وطاقة الكتلة الساكنة E_0 استطار نتيجة اصطدامه بجسيم مماثل

مستقر وذلك فى اتجاه يصنع زاوية $\theta = 60^o$ مع الاتجاه الاصلى لحركة الجسيم القادم المستطار اثبت ان طاقة حركة الجسيم المستطار تعطى بالعلاقة :

$$T = (T_0 \cos^2\theta) / (1 + \frac{T_0 \sin^2\theta}{2E_0}$$

(٣١) احسب طاقة الترابط النووى للنواة $^{7}_{3}Li(7.0166\ amu)$

وكذلك للنواة $^{6}_{3}Li\ (6.01697\ amu)$

(٣٢) احسب الطاقة التى تتكون نتيجة اندماج اربعة انوية هيدروجين لتكوين نواة هيليوم $^{4}_{2}He(4.0028\ amu)$

(٣٣) اصطدم فوتون بالكترون ساكن فاستطار بزاوية $\theta = 60^o$

احسب التغير فى الطول الموجى للاشعاع الساقط ٠

References



Author	Title	Publ. & Year
1 Bergmann, P.G.	Introduction to the Theory of Relativity	Prentice-Hall, [illegible]
2 Bohm, D.	The Special Theory of Relativity	Benjamin, [illegible]
3 Born, M.	Einstein's Theory of Relativity	Dover, 1962
4 Einstein, A.	The Meaning of Relativity	Princeton, 1955
5 Feynman, R. et.al.	The Feynman Lectures on physics	Addison, 1963
6 French, A.P.	Special Relativity	Nelson, [illegible]
7 Kacser, C.	Introduction to the Special Theory of Relativity	Prentice-Hall, 1967
8 Kittel, C., et al.	Berkeley Physics, Vol. I	McGraw-Hill, 1965
9 Resnick, R.	Introduction to Special Relativity	Wiley, [illegible]
10 Rindler, W.	Special Relativity	Interscience, 1960
11 Rosser, W.	An Introduction to the Theory of Relativity	Butterworth, 1964
12 Smith, J.	Introduction to Special Relativity	Benjamin, 1965

محتويات الكتاب



دكتور عبد الرحمن فكري

- ولد بالقاهرة في عام ١٩٣٢م.
- حصل على بكالوريوس علوم - الدرجة الخاصة في الفيزياء بتقدير ممتاز مع مرتبة الشرف الأولى عام ١٩٥٢م من كلية العلوم جامعة عين شمس
- ابتعث عام ١٩٥٦م إلى جامعة بريستول «انجلترا» وحصل على الدكتوراه في فيزياء الطاقة العالية عام ١٩٥٩م
- شغل وظيفة مدرس الفيزياء بكلية الهندسة جامعة عين شمس ١٩٥٩م ثم عين استاذاً مشاركاً في نفس الكلية عام ١٩٦٦م ثم عين استاذا بنفس الكلية عام ١٩٧٦م.
- أعير للعمل بكلية العلوم «جامعة الكويت» وأعير للعمل بجامعة «الملك عبد العزيز» في عام ١٩٧٨م. شارك في أبحاث علمية مع جامعات لندن وبيركلي والمركز الأوروبي النووية.
- له مؤلفات عدة في فروع الفيزياء المختلفة.

دكتور محمد عبد الهادي كامل العبيدوي

- وُلد بمدينة العياط بالجيزة في عام ١٩٢٩م.
- حصل على بكالوريوس علوم وتربية من كلية المعلمين بالقاهرة عام ١٩٦٠م.
- حصل على دبلوم خاص في التربية وعلم النفس من كلية التربية جامعة عين شمس بالقاهرة عام ١٩٦٥م
- حصل على بكالوريوس علوم الدرجة الخاصة في الفيزياء من كلية العلوم جامعة القاهرة عام ١٩٦٨م بتقدير ممتاز مع مرتبة الشرف من الدرجة الأولى.
- التحق بدراسات الماجستير بجامعة القاهرة ثم لم يلبث بعد عام أن أوفدته ... شمس للخارج حيث حصل على الد... عام ١٩٧٣م.
- تدرج في السلك الجامعي بجامع... إلى الدرجة الحالية كأستاذ م... النظرية.
- من أهم مؤلفاته كتاب «كو... وكتاب «الفيزياء المطورة» مع ...

